ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 31 MARS 1948.

PRÉSIDENCE DE M. GABRIEL BERTRAND.



MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le Bureau de l'Académie la *Connaissance des temps ou des mouvements célestes à l'usage des astronomes et des navigateurs pour l'an* 1948, publiée par le Bureau des Longitudes.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des équations fonctionnelles caractérisant les polynomes*. Note de M. **Paul Montel**.

1. Soit $f(x)$ une fonction continue de la variable x; désignons par

$$\Delta_h[f] = f(x+h) - f(x)$$

l'accroissement de $f(x)$ pour l'accroissement h de la variable et soit

$$\Delta_{h_2}\Delta_{h_1}[f] = \Delta_{h_2}\big[\Delta_{h_1}[f]\big] = \Delta_{h_1}[f(x+h_2)] - \Delta_{h_1}[f(x)]$$

et, de même,

$$\Delta_{h_n}\Delta_{h_{n-1}}\ldots\Delta_{h_2}\Delta_{h_1}[f] = \Delta_{h_n}\big[\Delta_{h_{n-1}}\Delta_{h_{n-2}}\ldots\Delta_{h_1}[f]\big].$$

La différence d'ordre n, $\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n}$ a une valeur indépendante de l'ordre des accroissements.

2. Tout polynome de degré $n-1$ d'une variable x vérifie l'équation

$$\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0.$$

Réciproquement :

Théorème. — *Si la fonction $f(x)$, continue de la variable réelle x, vérifie le système d'équations fonctionnelles*

$$\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0, \qquad \Delta_{k_1}\Delta_{k_2}\ldots\Delta_{k_n} = 0,$$

dans lequel le rapport h_i/k_j ($i, j = 1, 2, \ldots, n$) est irrationnel, $f(x)$ est un polynome de degré $n-1$ au plus.

L'hypothèse que tous les rapports h_i/k_j soient irrationnels est indispensable. En particulier, si $h_1 = h_2 = \ldots = h_n = h$, $k_1 = k_2 = \ldots = k_n = k$, on voit que

les équations

$$\Delta_h^n = 0, \qquad \Delta_k^n = 0$$

caractérisent, si h/k est irrationnel, les polynomes de degré $n-1$ (¹).

3. Soient $f(z)$ une fonction analytique de la variable complexe z et h, k, l trois périodes indépendantes, c'est-à-dire telles qu'il n'existe entre elles aucune relation linéaire à coefficients entiers. Le théorème de Jacobi exprime que toute fonction analytique vérifiant le système

$$\Delta_h = 0, \qquad \Delta_k = 0, \qquad \Delta_l = 0$$

est une constante.

Tout polynome en z de degré $n-1$ vérifie l'équation

$$\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0.$$

Réciproquement :

Théorème. — *Si la fonction analytique $f(z)$ vérifie le système d'équations fonctionnelles*

$$\begin{cases} \Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0, \\ \Delta_{k_1}\Delta_{k_2}\ldots\Delta_{k_n} = 0, \\ \Delta_{l_1}\Delta_{l_2}\ldots\Delta_{l_n} = 0, \end{cases}$$

dans lequel les accroissements h_i, k_j, l_s $(i, j, s = 1, 2, \ldots, n)$ sont indépendants, $f(z)$ est un polynome de degré $n-1$ au plus.

La condition relative aux accroissements est indispensable.

4. On obtient des résultats un peu différents pour les fonctions de plusieurs variables. Soit par exemple $f(x, y)$ une fonction continue de deux variables réelles x et y. Posons

$$\Delta_h[f] = f(x+\eta, y+\eta') - f(x, y), \qquad h = \eta + i\eta'.$$

On peut alors énoncer le théorème suivant :

Théorème. — *Toute fonction continue de deux variables réelles x et y vérifiant le système*

$$\Delta_{h_1}\Delta_{h_2}\ldots\Delta_{h_n} = 0, \qquad \Delta_{k_1}\Delta_{k_2}\ldots\Delta_{k_n} = 0, \qquad \Delta_{l_1}\Delta_{l_2}\ldots\Delta_{l_n} = 0,$$

dans lequel les accroissements h_i, k_j, l_s $(i, j, s = 1, 2, \ldots, n)$ sont strictement indépendants, est un polynome dont le degré par rapport à l'ensemble des variables ne dépasse pas $[(n-1)(n+2)/2]$.

La condition de stricte indépendance des accroissements est indispensable. Elle revient à dire que le corps de périodes ayant pour base h_i, k_j, l_s admet des périodes infinitésimales dont les directions sont partout denses par rapport à toutes les directions du plan.

(¹) *Cf.* Paul Montel, *Sur quelques extensions d'un théorème de Jacobi* (*Prace Matematiczno Fisyczne*, 1936, p. 315-329).

4. Tout polynome à deux variables dont le degré ne dépasse pas $n-1$ vérifie le système précédent. Si le degré $m=n+h$ est égal ou supérieur à n, le polynome doit remplir certaines conditions et, lorsque ce degré dépasse $3(n-1)/2$, les directions des accroissements doivent aussi être soumises à des conditions. Celles-ci n'agissant que sur les directions des vecteurs-accroissements, on peut toujours déterminer les grandeurs de ces vecteurs de manière à assurer leur stricte indépendance.

Pour exprimer ces conditions, rappelons que deux polynomes homogènes du même degré m, $f(x, y)$ et $\varphi(x, y)$ sont dit apolaires lorsque chacun d'eux est égal à la somme des m puissances $m^{\text{ièmes}}$ des facteurs du premier degré qui constituent l'autre. Si l'on écrit

$$f(x, y)=A_0x^m+A_1x^{m-1}y+\ldots+A_{m-1}xy^{m-1}+A_my^m,$$
$$\varphi(x, y)=B_0x^m+C_m^1B_1x^{m-1}y+\ldots+C_m^{m-1}B_{m-1}xy^{m-1}+C_m^mB_my^m,$$

les C_m^p désignant les coefficients de la puissance $m^{\text{ième}}$ d'un binome, la condition d'apolarité s'exprime par l'égalité

$$A_0B_m-A_1B_{m-1}+A_2B_{m-2}-\ldots\pm A_{m-1}B_1\mp A_mB_0=0.$$

Désignons par $\varphi_1(x, y)$, $\varphi_2(x, y)$, $\varphi_3(x, y)$ les polynomes admettant respectivement, comme facteurs du premier degré, les binomes en x et y qui, égalés à zéro, représentent les directions des vecteurs h_i pour φ_1, k_j pour φ_2, l_s pour φ_3.

Pour que le polynome $f(x, y)$, de degré n, vérifie le système, il faut et il suffit que f et φ_1, f et φ_2, f et φ_3 soient apolaires. Si $m=n+h$, $h>0$, $f(x, y)$ doit être égal à la somme des n puissances $m^{\text{ièmes}}$ des binomes constituant φ_1 et de même pour φ_2 et φ_3. Pour qu'il en soit ainsi, il faut et il suffit que chacune des $h+1$ dérivées partielles de $f(x, y)$ constitue avec φ_1, φ_2, φ_3 des groupes apolaires.

Lorsque le degré m est supérieur ou égal à $3(n-1)/2$, pour que le polynome $f(x, y)$ existe, il faut et il suffit que l'on puisse trouver trois polynomes ϖ_1, ϖ_2, ϖ_3, de degré h, satisfaisant à l'identité

$$\varpi_1\varphi_1+\varpi_2\varphi_2+\varpi_3\varphi_3\equiv 0.$$

5. On obtient des résultats analogues pour une fonction analytique de deux variables complexes z et z'. Il faut introduire dans ce cas un système de cinq équations fonctionnelles du type précédent et telles que tout groupe de cinq accroissements, dont chacun correspond à l'une des équations, forme, dans l'espace réel à quatre dimensions, un corps de périodes admettant des périodes infinitésimales dont les directions sont partout denses par rapport à toutes les directions de cet espace ou partout denses sur des variétés linéaires à trois dimensions.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la statistique des cas purs en Mécanique ondulatoire.* Note de M. **Louis de Broglie.**

Dans une Note précédente ([1]) nous avons présenté quelques remarques sur l'application du théorème des probabilités composées en Mécanique ondulatoire. Nous voudrions ici préciser quelques aspects de cette importante question.

Rappelons d'abord la nature du problème en raisonnant sur le cas des probabilités discontinues. Soient par exemple deux variables aléatoires U et V susceptibles de prendre respectivement les séries discontinues de valeurs $u_1, u_2, \ldots$ et $v_1, v_2, \ldots$. On admet habituellement en statistique mathématique qu'il existe une probabilité P_{ik} de réalisation *simultanée* des hypothèses $U = u_i$ et $V = v_k$, et l'on prend comme probabilité de $U = u_i$ l'expression $\sum_k P_{ik}$ et comme probabilité de $V = v_k$ l'expression $\sum_i = P_{ik}$. Tout naturellement, on est aussi conduit à définir la probabilité $P_k^{(i)}$ de constater $V = v_k$ quand on a déjà constaté que $U = u_i$ et la probabilité $P_i^{(k)}$ de constater $U = u_i$ quand on a déjà constaté que $V = v_k$ par les formules

(1) $$P_{ik} = P_k P_i^{(k)} = P_i P_k^{(i)}.$$

On en déduit que

(2) $$P_i = \sum_k P_k P_i^{(k)}, \qquad P_k = \sum_i P_i P_k^{(i)}.$$

Il a été rappelé dans la Note précitée que ce formalisme ne s'applique pas à la statistique des cas purs en Mécanique ondulatoire, du moins quand U et V désignent des grandeurs non commutantes telles que l'abscisse x et la composante correspondante de quantité de mouvement p_x d'un corpuscule. Dans ce cas, en effet, l'on ne peut mesurer simultanément les grandeurs U et V, et cette impossibilité de constater les valeurs simultanées des deux grandeurs ne permet plus de définir la probabilité P_{ik}. Au fait qu'il n'y a plus de P_{ik}, correspond le fait que l'on peut avoir

(3) $$P_i P_k^{(i)} \neq P_k P_i^{(k)},$$

contrairement à ce qu'exigeait la formule (1). On peut ici encore définir les probabilités P_i, P_k, $P_k^{(i)}$, $P_i^{(k)}$, mais elles ne satisfont plus nécessairement aux relations (2).

La divergence que l'on constate ici entre les conceptions usuelles de la statistique mathématique et la statistique des cas purs en Mécanique ondulatoire a

([1]) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 874.

son origine dans le fait suivant : en statistique mathématique usuelle, on admet que les diverses grandeurs aléatoires U, V ont dans chaque cas particulier une valeur bien définie et que la constatation de cette valeur ne peut en aucune façon influer sur la valeur des autres grandeurs. Ce sont là des *postulats d'objectivité* qui s'imposent naturellement dans les problèmes de Physique macroscopique en vue desquels a été développée jusqu'ici la statistique mathématique. Ainsi, si l'on mesure en vue de comparaisons statistiques, la taille et le tour de poitrine d'un lot de conscrits, il ne viendra à l'idée de personne que la mesure de la taille d'un conscrit puisse faire varier son tour de poitrine ou inversement. Or ce sont ces postulats admis comme évidents par la statistique macroscopique qui cessent d'être valables dans les statistiques microphysiques. Pour préciser ceci, nous allons développer un exemple qui montre sous une forme frappante et instructive cette différence de points de vue.

Considérons un jeu de 32 cartes du type usuel. A chaque carte est attachée la valeur de 2 variables U et V : sa couleur $\left(\underset{1}{\text{cœur}}, \underset{2}{\text{pique}}, \ldots\right)$ et son grade $\left(\underset{1}{\text{as}}, \underset{2}{\text{roi}}, \ldots\right)$. Il y a donc 4 valeurs possibles de probabilité $1/4$ pour U et 8 valeurs possibles de probabilité $1/8$ pour V. On peut constater simultanément la couleur et le grade, ce qui permet de définir la probabilité P_{ik}. Par exemple, la probabilité pour qu'une carte choisie au hasard soit un roi de cœur sera $P_{12} = (1/32)$. On peut retrouver cette probabilité des valeurs simultanées de U et de V en supposant qu'ayant tiré au hasard une carte du jeu, on constate successivement sa couleur, puis son grade ou inversement : on retrouve ainsi la valeur de P_{12} soit sous la forme $P_1 P_2^{(1)} = (8/32).(1/8)$, soit sous la forme $P_2 P_1^{(2)} = (4/32).(1/4)$. On retrouverait aussi aisément les formules (2). Tout le formalisme habituel se vérifie donc ici sans difficulté.

Mais supposons maintenant que le fait de constater la couleur d'une carte puisse influer sur son grade ou inversement. Cette hypothèse entraîne logiquement que l'on ne puisse constater simultanément la couleur et le grade, les deux constatations ne pouvant plus avoir lieu que successivement dans un ordre d'ailleurs quelconque (impossibilité de mesurer simultanément U et V). De telles suppositions sont évidemment absurdes quand il s'agit d'un jeu de cartes au sens usuel qui est un objet macroscopique, mais les corpuscules de l'échelle atomique se comportent effectivement comme le feraient les cartes du jeu que nous imaginons. Avec des cartes douées de ces propriétés paradoxales, nous pouvons encore admettre que l'on ait $P_i = (1/4)$ et $P_k = (1/8)$, mais les probabilités P_{ik} n'ont plus de sens et l'on peut avoir l'inéquation (3). Pour préciser, supposons que le fait de constater la couleur « cœur » entraîne automatiquement pour le grade la valeur « roi », tandis que le fait de constater que la carte est un roi entraîne automatiquement pour la couleur la valeur « pique », ce qui revient à poser : $P_k^{(1)} = 0$, sauf si $k = 2$ et $P_i^{(2)} = 0$, sauf si $i = 2$. Alors la probabilité de trouver cœur et roi en constatant d'abord la couleur, puis le

grade, sera $8/32.1 = (1/4)$, tandis que la probabilité de trouver roi et cœur en constatant d'abord le grade, puis la couleur, sera $4/32.0 = 0$. D'ailleurs la probabilité de faire la constatation « roi » après avoir fait la constatation « cœur » ne serait pas égale à la probabilité de faire directement la constatation « roi » que nous supposons toujours égale à $4/32$.

Remarquons encore que si, après avoir fait la seconde constatation, nous voulions recommencer la première, nous ne trouverions plus nécessairement le même résultat qu'auparavant. Ainsi, avec l'exemple ci-dessus, ayant constaté successivement que la carte est un cœur, puis un roi, nous ne pouvons pas dire que c'est un roi de cœur puisqu'une nouvelle constatation de la couleur doit nous donner « pique ». Toutes ces circonstances sont entièrement analogues à celles que l'on rencontre en Microphysique pour les grandeurs non commutantes.

Il importe de souligner que, dans le jeu de cartes à propriétés étranges que nous venons d'imaginer, les cartes perdent au moins partiellement les caractères d'objectivité qu'elles possèdent dans les jeux usuels. Dans ceux-ci, les cartes ont des caractéristiques objectives bien définies : l'une d'elles, par exemple, étant roi et cœur, est un roi de cœur. C'est là ce qui permet de définir les probabilités P_{ik} et de poser les relations (1) et (2). Au contraire, dans le jeu que nous venons d'imaginer, les cartes n'ont plus de caractéristiques objectives : aucune d'elles n'est, à priori, un roi de cœur, et même quand on a fait sur l'une d'elles les constatations successives « cœur » et « roi », on ne peut pas, d'après ce qui précède, dire que ce soit un roi de cœur. Comme pour les cas purs de la Mécanique ondulatoire, on peut encore définir les probabilités P_i, P_k, $P_k^{(i)}$ et $P_i^{(k)}$, mais elles n'obéissent plus aux relations (2).

Cet exemple et d'autres analogues qu'on pourrait aisément former montrent la nécessité de construire, en écartant certains postulats suggérés par l'étude des problèmes statistiques de l'échelle macroscopique, une théorie statistique plus générale que celle qui est usuelle et susceptible de contenir comme cas particulier la statistique des cas purs de la Mécanique quantique avec son formalisme mathématique précis.

GÉOMÉTRIE. — *Sur le problème des géométries non euclidiennes.* Note de M. Dimitri Riabouchinsky.

1. *Nouvelle interprétation et généralisation de la géométrie de Lobatchevsky.* — Soient ABC et A′B′C′ (*fig.* 1) deux triangles curvilignes dont les côtés c, b, a et c', b', a' sont des *géodésiques* H déterminées [1] respectivement par

(1) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 860.

l'intersection de l'hyperboloïde $x^2+y^2+(iz)^2=1$, avec les trois plans

$$z=0,\qquad y=0,\qquad (x-y\cot g\,c)z_3-z\sqrt{1+z_3^2}=0$$

et de l'hyperboloïde $x^2+y^2+(iz)^2=-1$, avec les plans

$$x=0,\qquad y=0,\qquad xz'_3\sqrt{z_2'^2-1}+yz'_2\sqrt{z_3'^2-1}-z\sqrt{z_2'^2-1}\sqrt{z_3'^2-1}=0,$$

z_3 est l'ordonnée du point C de l'intersection des côtés a et b et z'_2, z'_3, celles des points B′, C′. La position des points C, C′ sur les hyperboles b et b' n'est pas précisée sur la figure, car c'est le cas limite où z_3 et z'_3 tendent vers l'infini

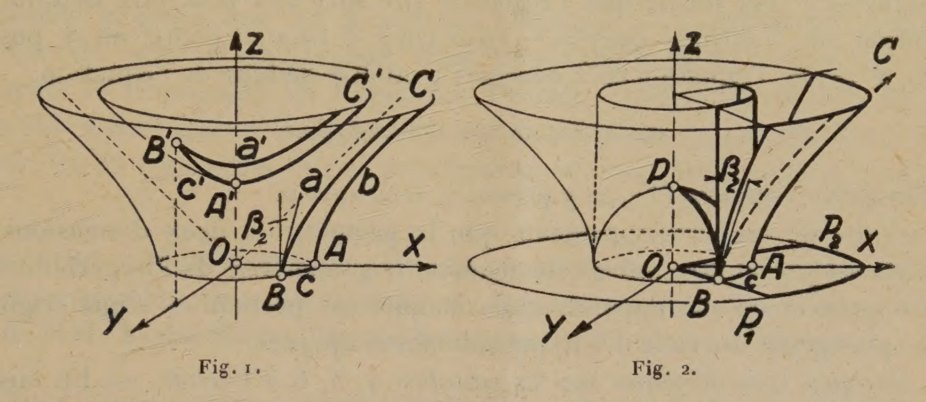


Fig. 1. Fig. 2.

qui nous intéresse actuellement. Nous désignerons les angles opposés aux côtés a, b, c et a', b', c' respectivement α, β, γ et α', β', γ'. Sur la figure 1, α et α' sont des angles droits. On a ([2])

$$(1)\quad \cos\alpha\ (\text{ou ch}\,\alpha)=-D_2D_3(a_2a_3+b_2b_3+c_2c_3),\qquad D_\nu=1:\sqrt{a_\nu^2+b_\nu^2+c_\nu^2}\quad(\nu=2,3)$$

et, en permutant les indices 1, 2, 3, on obtient des expressions analogues pour $\cos\beta$, $\cos\gamma$, ainsi que pour $\cos\alpha'$, $\cos\beta'$, $\cos\gamma'$. Les a_ν, b_ν, c_ν et a'_ν, b'_ν, c'_ν sont respectivement les mineurs des déterminants Δ, Δ' constitués par les coordonnées x_ν, y_ν, z_ν et x'_ν, y'_ν, z'_ν $(\nu=1, 2, 3)$ des points A, B, C et A′, B′, C′

$$\Delta=\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ \cos c & \sin c & 0\\ \sqrt{1-(iz_3)^2} & 0 & iz_3\end{vmatrix},\qquad \Delta'=\begin{vmatrix}0 & 0 & i\\ 0 & \sqrt{-(iz'_2)^2-1} & iz'_2\\ \sqrt{-(iz'_3)^2-1} & 0 & iz'_3\end{vmatrix}.$$

Il vient ainsi

$$a_1=iz_3\sin c,\qquad b_1=-iz_3\cos c,\qquad c_1=-\sqrt{1-(iz_3)^2}\sin c,\qquad a_2=0,$$
$$b_2=iz_3,\qquad c_2=0,\qquad a_3=0,\qquad b_3=0,\qquad c_3=\sin c\quad\text{et}\quad a'_1=iz_3\sqrt{-(iz'_2)^2-1},$$
$$b'_1=iz'_2\sqrt{-(iz'_3)^2-1},\qquad c'_1=-\sqrt{-(iz'_2)^2-1}\sqrt{-(iz'_3)^2-1},\qquad a'_2=0,$$
$$b'_2=-i\sqrt{-(iz'_3)^2-1},\qquad c'_2=0,\qquad a'_3=-i\sqrt{-(iz'_2)^2-1},\qquad b_3=0,\qquad c_3=0.$$

([2]) *Comptes rendus*, **212**, 1941, p. 143.

En substituant ces valeurs dans les équations (1) et en effectuant un passage à la limite pour $z_3 \to \infty$ et $z'_3 \to \infty$, on trouve *pour l'hyperboloïde à une nappe*

$$\operatorname{ch}\alpha = i \operatorname{sh}\alpha_2 = 0, \quad \operatorname{ch}\gamma = 1, \quad \operatorname{ch}\beta = i \operatorname{tang} c \quad \text{ou} \quad \operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{2} + \beta_2\right) = i \operatorname{sh}\beta_2 = i \operatorname{tang} c$$

et, par conséquent, $\operatorname{ch}\beta_2 \cos c = 1$, et *pour l'hyperboloïde à deux nappes*

$$\cos\alpha' = 0, \quad \cos\gamma' = 1, \quad \cos\beta' = -\sqrt{(z'_2)^2 - 1} : z'_2 = -\operatorname{tgh} c' \quad \text{ou} \quad \operatorname{ch} c' \sin\beta' = 1.$$

Cette dernière équation est celle qui détermine *l'angle de parallélisme* β' de Lobatchevsky. De même que l'équation $\operatorname{ch} c' \sin\beta' = 1$ peut être déduite de l'équation de Taurinus $\cos\gamma' = -\cos\alpha' \cos\beta' + \sin\alpha' \sin\beta' \operatorname{ch} c'$ en y posant $\gamma' = 0$, $\alpha' = \pi/2$, l'équation $\operatorname{ch}\beta_2 \cos c = 1$ peut être déduite de l'équation

$$\operatorname{ch}\gamma = \operatorname{sh}\alpha_2 \operatorname{sh}\beta_2 + \operatorname{ch}\alpha_2 \operatorname{ch}\beta_2 \cos c,$$

obtenue précédemment ([3]), en y posant $\gamma = 0$, $\alpha_2 = 0$.

Il résulte de ces développements que la géométrie à deux dimensions de Lobatchevsky peut être interprétée comme trigonométrie de l'hyperboloïde à deux nappes et qu'elle apparaît alors comme cas particulier d'une trigonométrie plus générale, celle des hyperboloïdes conjugués.

2. *Quelques considérations sur les postulats* 4, 5, 6 *d'Euclide.* — En faisant varier dans l'équation $x^2 + y^2 + \varepsilon z^2 = r^2$ le paramètre ε de ∞ à $-\infty$ (*fig.* 2), on passe par continuité du disque ($\varepsilon = \infty$), aux ellipsoïdes ($\varepsilon > 0$), au cylindre ($\varepsilon = 0$), aux hyperboloïdes à une nappe ($\varepsilon < 0$), et comme cas limite ($\varepsilon = -\infty$), à l'anneau plat de largeur indéfiniment grande.

Limitons notre attention aux portions de ces surfaces comprises entre les plans P_1OZ et P_2OZ, et considérons les géodésiques H_1, H déterminées respectivement par l'intersection des quadriques avec le plan XOZ et avec le plan passant par la droite OP_1 en formant un angle β avec le plan $Z = 0$.

Si $\varepsilon > 0$, les géodésiques H coupent la géodésique H_1 pour toutes les valeurs de l'angle β comprises entre 0 et $\pi/2$ et, pour $\beta = \pi/2$ les arcs H et H_1 avec leurs arcs supplémentaires, symétriques par rapport au plan $Z = 0$, *contiennent un espace.*

Si $\varepsilon < 0$, les géodésiques H ne coupent pas la géodésique H_1, lorsque l'angle β est inférieur à $\pi/2$, mais supérieur à $\pi/2 - \beta_2$, β_2 figurant ici sous forme d'angle circulaire. Par conséquent, si, dans le cas d'un hyperboloïde à une nappe, la géodésique c (*fig.* 2) rencontre les géodésiques H_1(AC) et H(BC), situées dans le même *plan hyperbolique*, en faisant d'un même côté des angles intérieurs dont la somme $\pi/2 + \beta$ soit moindre que deux droits, *il n'en résulte pas nécessairement que les géodésiques* H_1 *et* H *prolongées indéfiniment se rencontrent du côté où cette somme est inférieure à deux droits.*

([3]) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 862.

Dans les trigonométries elliptiques et hyperboliques ce sont les angles formés par deux quelconques des diamètres conjugués d'Apollonius qui jouent le rôle d'angles droits, et ces *angles droits* ne sauraient être considérés, du point de vue usuel, comme étant *tous égaux entre eux*.

Si l'on fait croître indéfiniment le rayon *r* des quadriques, les particularités des géométries elliptique, hyperbolique et euclidienne cessent d'être discernables dans des domaines finis, mais dans leur généralité chacune de ces géométries conserve son caractère propre.

Il semble résulter de cette discussion que les postulats 4, 5, 6 d'Euclide devaient préciser que les géométries elliptique et hyperbolique restent en dehors du cadre de ses *Eléments*. Il est important de rappeler à ce propos que, d'après le témoignage de Pappus et Proclus, commentateurs des *Eléments*, Euclide a écrit quatre livres sur les coniques, qu'on n'a pas retrouvés, et tout ce qu'on en connaît se trouve principalement dans les travaux d'Apollonius.

BIOCHIMIE DE L'HÉRÉDITÉ. — *L'acide désoxyribonucléique du noyau cellulaire, dépositaire des caractères héréditaires; arguments d'ordre analytique.* Note (*) de MM. **André Boivin, Roger Vendrely** et Mme **Colette Vendrely.**

Nous avons exposé antérieurement ([1]) comment l'analyse du phénomène des mutations (*dirigées*) chez les bactéries, par des principes actifs de nature désoxyribonucléique, conduit à faire de l'acide désoxyribonucléique du noyau cellulaire le dépositaire des caractères héréditaires de l'espèce. Chaque gêne aurait pour constituant essentiel une macromolécule d'un acide désoxyribonucléique particulier. S'il en va bien ainsi, chez une même espèce vivante la quantité absolue d'acide désoxyribonucléique doit être la même pour tous les noyaux de toutes les cellules, à l'exception des gamètes (haploïdes) qui doivent en contenir deux fois moins. Nous avons entrepris de soumettre cette hypothèse au contrôle de l'expérience, en opérant sur des noyaux isolés provenant de cellules animales, et nous rapportons ici nos premier résultats.

Techniques employées : 1° *Isolement des noyaux.* — Nous inspirant spécialement des travaux de Stoneburg, nous avons eu recours au broyage des tissus en présence d'acide citrique (M/3), suivi de centrifugations différentielles répétées à basse température. Cela nous a permis d'obtenir des grammes de noyaux, absolument débarrassés de tous débris cellulaires.

2° *Numération des noyaux.* — Nous avons utilisé une *cellule* servant à compter les globules sanguins.

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) A. Boivin, R. Vendrely et Y. Lehoult, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 646; A. Boivin, *Cold Spring Harbor Symp. quant. Biol.*, 12, 1947, p. 7; A. Boivin, R. Tulasne et R. Vendrely, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 703.

3° *Dosage de l'acide désoxyribonucléique dans les noyaux.* — Nous avons commencé par priver les noyaux de leur acido-soluble par de l'acide trichloracétique froid, puis en avons retiré l'acide nucléique total par de l'acide trichloracétique chaud (selon Schneider), pour le doser par les purines qu'il libère à l'hydrolyse; nous en avons retranché l'acide ribonucléique estimé colorimétriquement (suivant von Euler) dans l'extrait trichloracétique obtenu à chaud. Nous avons contrôlé nos résultats, d'une part par une séparation de l'acide désoxyribonucléique à la soude (selon Schmidt et Thannhauser), suivie du dosage de cet acide par les purines, d'autre part par une évaluation colorimétrique (suivant Dische) du désoxyribose contenu dans l'extrait trichloracétique obtenu à chaud. Ces diverses méthodes ont fourni des résultats concordants. Un calcul aisé nous a permis ensuite de rapporter les données analytiques à un seul noyau.

Nous avons opéré sur des noyaux isolés du foie, du pancréas, du rein et du thymus provenant de veaux. Il s'agit là d'organes différant largement les uns des autres tant par la taille que par le degré de colorabilité de leurs noyaux et qui, au surplus, présentent des richesses fort diverses en acide désoxyribonucléique (le thymus est, par exemple, 10 à 20 fois plus riche que le foie, à l'unité de poids d'organe total). Certains de ces organes (foie, thymus) ne livrent guère qu'une seule catégorie de noyaux; d'autres (pancréas, rein) en livrent plusieurs en mélange. Or chose remarquable, lorsqu'on recherche la teneur absolue d'un noyau en acide désoxyribonucléique, on trouve très sensiblement la même valeur d'un organe à l'autre et d'un individu à l'autre, soit en moyenne $6,5 \times 10^{-6}\gamma$, avec des écarts ne dépassant pas 10 % et qu'expliquent largement les erreurs d'origine analytique. Nous avons opéré, d'autre part, sur des spermatozoïdes de taureaux et avons trouvé alors une teneur de $3,4 \times 10^{-6}\gamma$, c'est-à-dire très approximativement la moitié de celle qui répond aux organes.

Les noyaux isolés renferment une quantité d'acide désoxyribonucléique se situant autour de 25 à 30 % de leur poids sec. Ils sont par contre très pauvres en acide ribonucléique (par exemple $0,3$ à $0,5 \times 10^{-6}\gamma$ par noyau, soit environ 20 fois moins que d'acide désoxyribonucléique). Mais nous nous sommes aperçus que l'acide citrique, à la concentration utilisée par nous, solubilise largement les ribonucléoprotéines s'il laisse insolubles les désoxyribonucléoprotéines. D'autre part, il a l'avantage d'inhiber totalement l'action des désoxyribonucléases (mais non des ribonucléases) éventuellement présentes.

Nous nous proposons d'étendre progressivement ces recherches à d'autres espèces animales : autres Mammifères (y compris l'Homme), Oiseaux, Vertébrés inférieurs et Invertébrés. Il sera intéressant de rechercher, sur du matériel approprié (gamètes d'échinodermes, par exemple) si, dans une même espèce, les ovules et les spermatozoïdes ont vraiment le même contenu en acide désoxyribonucléique. Les tissus végétaux et les microorganismes retiendront également notre attention. Nous pouvons déjà dire que chez les Bactéries (chez le Colibacille en particulier) le noyau bactérien, dont le diamètre est de l'ordre du demi-micron, renferme une quantité d'acide désoxyribonucléique de l'ordre de

$10^{-8}\gamma$, au lieu de $10^{-6}\gamma$ chez les bovidés. A la suite de ses expériences d'irradiation, D. E. Lea (²) évalue à quelques centaines le nombre des gènes chez les bactéries. Si l'on admet qu'il existe une proportionnalité, au moins grossière, entre la teneur d'un noyau en acide désoxyribonucléique et le nombre de ses gènes, cela conduit à plusieurs dizaines de milliers de gènes pour les bovidés, résultat tout à fait plausible. D'autre part, compte tenu de la valeur du nombre d'Avogadro fournie par les physiciens, des observations de Lea et des nôtres, on peut calculer la masse moléculaire du gène désoxyribonucléique bactérien; on arrive à un ordre de grandeur de 10000000, fort acceptable. Nous pensons que l'analyse du noyau à travers la série des êtres vivants ne pourra manquer d'apporter des données vraiment intéressantes concernant la biochimie de l'hérédité.

M. **Edmond Sergent** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage qu'il vient de publier en collaboration avec M. Étienne Sergent et intitulé *Histoire d'un marais algérien*.

DÉSIGNATIONS.

MM. **Camille Gutton**, **Pierre Lejay**, Membres de l'Académie, **Robert Bureau**, **Bernard Lecaux**, **Junior Gauzit**, **André Haubert**, **Édouard Picault**, **René Rivault**, **Étienne Vassy** sont désignés pour représenter la France à l'Assemblée générale que tiendra l'**Union Radioscientifique Internationale** à Stockholm, au mois de juillet 1948.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats au poste de Directeur de l'*Observatoire du Puy-de-Dôme*.

(Renvoi à la Commission des Instituts de Physique du Globe.)

M. **Robert Esnault-Pelterie** adresse l'expression de ses sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Alfred Lacroix*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Augustin Boutaric. *Au seuil de l'ère atomique*.

2° Raymond Decary. *Plantes et animaux utiles de Madagascar*.

3° B. M. Sen. *Light and Matter*.

(²) *Actions of Radiations on living Cells*, 1947, New-York.

4° Élie Savoff. *The truth about the sun and the universe, the most beautiful discovery of the centuries.*

5° Union géodésique et géophysique internationale. Association de volcanologie. Septième Assemblée générale de Washington, septembre 1939. Commission géodésique et géophysique de l'État hellénique. *Étude sur le volcanisme de la région de Ferai (Thrace occidentale) pendant le Néogène*, par N. Liatsikas, présentée par D. Hondros.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une identité d'Abel* (¹).
Note de M. **Nicolas Baganas**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit $R(z)$ un polynome premier avec sa dérivée; nous avons démontré que : *le problème de trouver la forme générale d'un polynome $\rho(z)$ tel que l'intégrale $\int \frac{\rho\, dz}{\sqrt{R}}$ s'exprime par une somme de logarithmes de fonctions algébroïdes d'ordre fini ayant un nombre fini de points de ramification, est équivalent au suivant :*

Trouver la forme générale des fonctions entières $f_1(z)$, $f_2(z)$ d'ordre fini, qui vérifient l'identité

$$f_1^2(z) - f_2^2(z) R(z) \equiv 1. \tag{1}$$

Cette identité est analogue à celle d'Abel,

$$A^2(z) - B^2(z) R(z) \equiv 1, \tag{2}$$

où A, B désignent des polynomes.

Abel a été amené à l'étude de l'identité (2) en cherchant toutes les intégrales de la forme $\int \frac{\rho\, dz}{\sqrt{R}}$ qui peuvent s'exprimer par le logarithme d'une fonction rationnelle de z et de $\sqrt{R(z)}$; il est arrivé à la proposition suivante (²) :

Pour qu'il existe un polynome ρ, il faut et il suffit que le développement de $\sqrt{R}$ en fraction continue algébrique soit périodique.

Il est clair que, si deux polynomes A, B donnent lieu à l'identité (2), le degré du polynome R est *pair*, ce qui n'est *nullement nécessaire* pour l'existence de deux fonctions entières f_1, f_2 vérifiant l'identité (1).

Nous avons étudié l'identité (1) en distinguant deux cas suivant la parité du degré s de $R(z)$.

a. Supposons *s impair*

On a alors le théorème suivant :

Théorème. — *Toutes les fonctions entières d'ordre fini qui vérifient l'identité* (1)

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 545 et p. 988.

(²) N.-H. Abel, *Sur l'intégration de la formule différentielle $\rho\, dx/\sqrt{R}$, etc.* (*Œuvres complètes*, t. I).

sont de la forme

$$f_1(z) = \pm \operatorname{ch}(C\sqrt{R}), \qquad f_2(z) = \pm \frac{1}{\sqrt{R}} \operatorname{sh}(C\sqrt{R}),$$

C désignant un polynome.

b. Supposons s pair.

THÉORÈME. — *Si le développement de* $\sqrt{R}$ *en fraction continue algébrique est* périodique, *toutes les fonctions entières d'ordre fini qui vérifient l'identité* (1) *sont de la forme*

$$f_1(z) = \pm \frac{1}{2} \left[(A + B\sqrt{R})^m e^{C\sqrt{R}} + (A - B\sqrt{R})^m e^{-C\sqrt{R}}\right],$$

$$f_2(z) = \pm \frac{1}{2\sqrt{R}} \left[(A + B\sqrt{R})^m e^{C\sqrt{R}} - (A - B\sqrt{R})^m e^{-C\sqrt{R}}\right],$$

A, B *étant deux polynomes fixes vérifiant l'identité* (2), C, *un polynome variable et m, un entier variable*.

Le cas où l'on ne peut affirmer la périodicité du développement de $\sqrt{R}$ en fraction continue algébrique paraît difficile. Les fonctions $f_1 = \pm \operatorname{ch}(C\sqrt{R})$, $f_2 = \pm (1/\sqrt{R}) \operatorname{sh}(C\sqrt{R})$ vérifient, quelle que soit la parité de s, l'identité (1), mais, étant donné $R(z)$, on ne sait pas, en général, reconnaître s'il existe d'autres fonctions entières d'ordre fini vérifiant cette identité.

2. Le problème de reconnaître par un nombre fini d'opérations s'il existe un couple de polynomes A, B vérifiant l'identité d'Abel se traduit comme suit. Étant donné le polynome $R(z)$, reconnaître par un nombre fini d'opérations s'il existe une fonction rationnelle qui admette comme fonction exceptionnelle au sens strict l'algébrique $u = \sqrt{R(z)}$.

La solution de ce problème n'est pas possible, du moins dans le cas général [3].

Je mentionnerai ici un théorème concernant des questions analogues :

Soit

$$F(u, z) = u^n + A_1(z)u^{n-1} + \ldots + A_n(z) = 0$$

une équation irréductible, dans laquelle $A_i(z)$ sont des polynomes, définissant une fonction algébrique $u(z)$ ayant le point $z = \infty$ comme point de ramification d'ordre $n - 1$.

THÉORÈME. — *Toute fonction algébrique, exceptionnelle au sens strict pour* $u(z)$, *est définie par une équation de la forme*

$$E(u, z)\,F(u, z) + c = 0,$$

$E(u, z)$ *étant un polynome en* u, z, *et* c *une constante* $\neq 0$; *la réciproque est évidente*.

---

[3] *Voir* P. APPELL et É. GOURSAT, *Théorie des fonctions algébriques*, **1**, 1929, p. 354-358.

Ce théorème nous permet de résoudre le problème suivant :

Étant donnée une fonction algébrique $b(z)$, trouver les fonctions algébriques exceptionnelles au sens strict pour $b(z)$, dont les branches forment un seul système circulaire dans le domaine du point $z = \infty$; en particulier, trouver les polynomes exceptionnels pour l'algébrique $b(z)$: c'est le problème de M. P. Montel.

Ce théorème nous permet d'affirmer, dans certains cas, que deux courbes algébriques ont au moins un point commun à distance finie.

Exemple. — Soit $u(z)$ l'algébrique définie par l'équation $u^3 - au + bz = 0$ (a, b constantes); le point $z = \infty$ est un point de ramification d'ordre 2. Il n'existe pas de polynomes, de fonctions rationnelles, ni de fonctions algébriques à deux branches, exceptionnels pour $u(z)$.

Les courbes $u^3 - au + bz = 0$, $P(z)u^2 + Q(z)u + R(z) = 0$ (P, Q, R, polynomes) se coupent toujours à distance finie.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'approximation des fonctions continues.* Note (*) de M. **Marc Zamansky**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous signalons dans cette Note quelques propriétés de la suite $\{P'_n(x)\}$ des dérivées des polynomes $P(x)$ convergeant uniformément vers une fonction continue.

I. Soient $f(x)$ une fonction continue, de période 2π, $\omega(h)$ son module de continuité, $\{P_n(x)\}$ une suite de polynomes trigonométriques convergeant uniformément vers $f(x)$, $\pi_n(x)$ le polynome de meilleure approximation d'ordre n, E_n la meilleure approximation, $\mu_n = \max|\pi'_n|$.

Soit $\varphi(x)$ une fonction continue non croissante tendant vers zéro quand x devient infini.

Si $|P_n(x) - f(x)| < [\varphi(n)/n^{k-1}]$ *où k est entier* > 0, *il s'ensuit que*

$$|P_n^{(k)}| < A + n\varphi(n) + B\int_{n_0}^{n} \varphi(x)\,dx,$$

où A *est une constante ne dépendant que de n_0 et* B *une constante absolue.*

Il suffit en effet de prouver cette inégalité pour une suite de valeurs de n telles que a^p (a entier ≥ 2 fixe); on écrit

$$|P_{a^p} - P_{a^{p+1}}| < \frac{\varphi(a^p)}{a^{p(k-1)}} + \frac{\varphi(a^{p+1})}{a^{(p+1)(k-1)}}$$

et l'on applique le théorème de Bernstein. Ce résultat contient ceux démontrés précédemment (¹).

(*) Séance du 22 mars 1948.

(¹) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 704.

Dans le cas où *quel que soit n*, $|P_n(x) - f(x)| < K\omega(1/n)$, on a *quels que soient n et x*, $|P'_n(x)| < Cn\omega(1/n)$, où C est une constante indépendante de x et de n. Il suffit en effet de le prouver pour une suite particulière approchant $f(x)$ à moins de $K\omega(1/n)$ près et l'on peut alors utiliser les sommes de Jackson.

Nous démontrons que :

Les fonctions pour lesquelles $\mu_n = o(nE_n)$ *satisfont à l'égalité*

$$E_n = \frac{1}{2}\omega\left(\frac{\pi}{n}\right)\left[1 + \frac{\theta_n\pi}{\lambda_n}\right],$$

où $\lambda_n = nE_n/\mu_n$ et $-1/2 < \theta_n < 1$

Donc, quel que soit θ compris entre 1 et θ_0 fixe, $[\omega(\theta\pi/n)]/[\omega(\pi/n)]$ tend uniformément vers zéro pour $n\infty$. On en conclut que :

Si pour une seule valeur de θ, $\lim_{n\infty}[\omega(\theta\pi/n)]/[\omega(\pi/n)] > 1$, (nE_n/μ_n) *est borné par une constante indépendante de n.*

On peut encore voir que si $\lim_{n\infty}\lambda_n = +\infty$, quel que soit $r > 0$, $\lim_{n\infty}(\lambda_n/n^r) = 0$ et si de plus λ_n ne décroît pas quand n croît, $\lim_{n\infty}(\lambda_n/n^r) = 0$.

Enfin, si pour une suite d'entiers n_p tels que $(n_{p+1}/n_p) < +\infty$, $(n_pE_{n_p}/\mu_{n_p}) \to +\infty$, $f(x)$ ne satisfait à aucune condition de Lipschitz d'ordre $\alpha > 0$.

II. Soient $f(x)$ une fonction continue pour $a \leq x \leq b$, $\{P_n(x)\}$ une suite de polynomes convergeant uniformément vers $f(x)$ sur les segments (a, b), ρ_n l'approximation. Pour $x < x'$ quelconques sur (a, b) on a

$$\left|\frac{f(x') - f(x)}{x' - x} - \frac{P_n(x') - P_n(x)}{x' - x}\right| < \frac{2\rho_n}{x' - x}.$$

Soit σ_n une suite de longueurs tendant vers zéro avec $(1/n)$ et telles que $(\rho_n/\sigma_n) \to 0$. A tout n on peut associer un système d'intervalles l_n lieu des points ξ_n tels que $P'_n(\xi) = [P_n(x + \sigma_n) - P_n(x)]/\sigma_n$ quand x varie sur (a, b). Alors à tout point ξ d'un résiduel on peut attacher une suite de points x_{n_p} tels que

$$\frac{P_{n_p}(x_{n_p} + \sigma_{n_p}) - P_{n_p}(x_{n_p})}{\sigma_{n_p}} = P'_{n_p}(\xi).$$

On en conclut que

Si $f(x)$ *possède une dérivée finie en tout point, quelle que soit la suite* $\{P_n(x)\}$ *de polynomes convergeant uniformément vers* $f(x)$ *sur* (a, b), *l'ensemble* $L(x)$ *des valeurs d'accumulation de* $P'_n(x)$ *pour* $n\infty$, *contient la valeur* $f'(x)$ *sur un résiduel* R *de* (a, b) *qui ne dépend que de* f *et de* $\{P_n\}$; *et il n'existe pas de suite* $\{P_n(x)\}$ *telle que* $\{P'_n(x)\}$ *diverge en tout point de* (a, b).

Puis :

Si sur un résiduel toute suite extraite de $\{P'_n(x)\}$ diverge, sur un résiduel $f(x)$ n'a pas de dérivée.

D'ailleurs on sait que si $f(x)$ a en tout point une dérivée finie l'ensemble E

des points au voisinage desquels elle est non bornée est non dense ([2]). On en conclut que :

Si une suite de polynomes interpolateurs $P_n(x)$ à nœuds partout denses converge uniformément vers $f(x)$, l'ensemble des points de (a, b) ou $P'_n(x)$ n'est pas borné pour $n\infty$ est non dense sur (a, b).

TOPOLOGIE ALGÉBRIQUE. — *Sur les cycles limites des réseaux de courbe couvrant une surface de genre $p > 1$*. Note (*) de Mme **Pierre-Louis Dubois-Violette**, présentée par M. Arnaud Denjoy.

Nous étudions les familles F de courbes C tracées sur une surface S de genre p et telles que par tout point de S, non singulier pour F passe une courbe C et une seule. A tout point de S, singulier pour F, aboutit un nombre fini, au moins égal à 3, de courbes C. Ces points singuliers sont alors en nombre fini. De telles familles F n'existent que pour $p \geq 1$.

A. *Lorsque* F *admet deux cycles limites Γ_1 et Γ_2 topologiquement équivalents*, on peut passer de Γ_1 à Γ_2 en balayant une aire A topologiquement équivalente à l'aire d'une couronne circulaire. Par suite, la partie de F couvrant A est équivalente à un faisceau de courbes couvrant une couronne circulaire et admettant les deux cercles frontières de la couronne comme cycles limites.

B. Nous étudions dans la suite les familles F qui n'ont que des cycles limites deux à deux topologiquement distincts.

Dans ces hypothèses nous avons établi les théorèmes suivants :

Théorème I. — *Le nombre maximum n de cycles topologiquement distincts et disjoints deux à deux que l'on peut tracer sur une surface de genre p est $n = 3p - 2$* pour $p > 1$; $n = 2$ pour $p = 1$; $n = 1$ pour $p = 0$. Le principe de la démonstration est le suivant : Soit ν le nombre maximum de cycles que l'on peut choisir parmi les n sans que leur ensemble morcelle la surface S. Soient $C_1 C_2 \ldots C_\nu$ ces ν cycles.

Considérons le cycle C_1, on montre ([1]) que l'on peut toujours se ramener au cas où l'on peut faire passer par C_1 une aire simplement connexe ne coupant S que le long de C_1. Dans ce cas on pourra déformer C_1 de manière à réduire ce cycle à un point M_1, et séparer alors les deux nappes de S qui se rejoignent en M_1. On obtient alors une surface S_1 de genre $(p-1)$ sur laquelle sont donnés $(n-1)$ cycles deux à deux disjoints et tels que l'on ne puisse passer de l'un à l'autre de façon continue sans traverser l'un au moins des deux points M'_1, M''_1 provenant du point M_1 précédemment obtenu.

([2]) A. Denjoy, *Journal de Mathématiques*, 1915.

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) Au cours de la démonstration du théorème I, nous sommes amenés à énoncer les théorèmes V et VI.

On recommencera la même opération pour les ν cycles. On arrive finalement à une surface S_ν de genre $(p-\nu)$ sillonnée par $(n-\nu)$ cycles qui morcellent tous la surface S_ν. On déduit de ce fait que si n est le nombre maximum répondant aux hypothèses, on a nécessairement $\nu = p$.

Il reste alors à étudier la figure formée par les $(n-p)$ cycles restants et les $2p$ points M'_i, M''_i, sur la surface S_p de genre o pour établir le théorème énoncé.

THÉORÈME II. — *Le nombre maximum de cycles limites topologiquement distincts d'une famille* F *est égal à* $(n-1)$, *c'est-à-dire à* $3p-3$ *pour* $p>1$; 1 *pour* $p=1$; o *pour* $p=0$.

Ce nombre coïncide dans tous les cas avec celui des modules d'une classe de courbes de genre p.

THÉORÈME III. — *Il existe des familles* F *n'admettant ni cycle limite ni courbe fermée, quel que soit le genre* p $(p \geq 1)$ *de la surface* S.

THÉORÈME IV. — *Étant donné* n_1 *courbes fermées ne limitant pas d'aire simplement connexes, topologiquement distinctes et disjointes deux à deux, il existe toujours des familles* F *admettant ces* n_1 *courbes comme cycles limites à l'exclusion de toute autre courbe.*

THÉORÈME V. — *Lorsqu'un cycle* C *morcelle une surface* S, *il existe une nappe simplement connexe se raccordant à* S *le long de* C *et une nappe simplement connexe orthogonale à* S *le long de* C.

THÉORÈME VI. — *Lorsqu'un cycle* C *ne morcelle pas la surface* S, *il existe sur* S *un cycle* C' *rencontrant* C *en un seul point. Si le plan tangent à* S *le long de* C *ne peut être identifié avec le plan tangent le long de* C *à une nappe simplement connexe, on peut fendre* S *le long de* C' *puis faire glisser* C' *sur lui-même un nombre entier de fois de manière à se ramener au cas où le plan tangent à* S *le long de* C *peut être identifié avec le plan tangent le long de* C *à une nappe simplement connexe.*

GÉOMÉTRIE. — *Sur certains cônes quadratiques issus des points d'une hypersurface de l'espace euclidien à n dimensions.* Note (*) de M. **Paul Vincensini**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Soit S une hypersurface de E_n, en chaque point $M[u^i, i=1, 2, \ldots, n-1]$ de laquelle est attaché un repère orthogonal unitaire $R[\vec{e}_1, \vec{e}_2, \ldots, \vec{e}_n]$, $\vec{e}_n$ étant normal à S. Avec les notations usuelles (1), S est définie par les formes de Pfaff (satisfaisant aux équations de structure) $\omega_{ij}=-\omega_{ji}$, $\omega_{ni}=-\omega_{in}$, où $i, j, \ldots, \neq n$, ω^n étant nulle. Si, S étant déformable et $\overline{S}$ désignant une

(*) Séance du 15 mars 1948.

(1) E. Cartan, *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, Paris, 2e édition, 1946, p. 221 et suiv.

déformée, on attache à $\overline{M}$ (homologue de M) $\overline{R}$ (homologue de R), on a $\overline{\omega}^i = \omega^i$, $\overline{\omega}_{ij} = \omega_{ij}$. Attachons *invariablement* et *arbitrairement*, à l'hyperplan tangent en M à S, un point P de coordonnées relatives $[x^i(u^1, \ldots, u^{n-1}), x^n(u^1, \ldots, u^{n-1})]$, et cherchons les directions des déplacements de M sur S orthogonales à celles des déplacements correspondants de P. Le déplacement absolu de M a pour composantes relatives ω^i; celui de P est défini par $Dx^i = dx^i + \omega^i + \omega^j\omega_{ji} + x^n\omega_{ni}$, $Dx^n = dx^n + x^j\omega_{jn}$, et l'orthogonalité se traduit par

$$(1)\qquad \sum_1^{n-1} (\omega^i)^2 + \omega^i dx^i + x^j\omega_{ji}\omega^i + x^n\omega_{ni}\omega^i = 0.$$

(1) représente un cône quadratique (Q_M) à $n-2$ dimensions du $(n-1)$-plan tangent en M à S, et à chaque point M est attaché un tel cône.

2. Supposons S déformable, chaque point M entraînant R et P. Les cônes (Q_M) varient en général par rapport aux hyperplans tangents de S, mais *ils sont invariants par déformation de* S *si chaque point* P *est dans l'hyperplan tangent correspondant* ($x^n = 0$). Cette propriété généralise un résultat donné pour E_3 [2].

L'équation du cône invariant (Q_M) est

$$(2)\qquad \sum_1^{n-1} (\omega^i)^2 + \omega^i dx^i + x^j\omega_{ji}\omega^i = 0.$$

On déduit de (1) que si les surfaces $[P(x^i, x^n)]$, $[\overline{P}(\overline{x^i}, \overline{x^n})]$ définissent deux associations quelconques (M, P), (M, $\overline{P}$), les cônes (Q_M) relatifs à la loi d'association $[M, \lambda P + (1-\lambda)\overline{P}]$, $\lambda = \text{const.}$, forment un faisceau linéaire. Si P et $\overline{P}$ sont constamment sur une même parallèle à la normale en M à S le résultat subsiste *avec* λ *fonction arbitraire des* u^i, de sorte que si (P) est une surface quelconque en correspondance ponctuelle avec S, et si l'on remplace (P) par une autre surface (quelconque) en déplaçant arbitrairement chaque point P parallèlement à la normale en M à S, les cônes (Q_M) relatifs à un point M déterminé, et résultant des diverses associations (M, P), appartiennent à un même faisceau, de bases, le cône asymptotique en $M[\omega_{ni}\omega^i = 0]$ et le cône invariant (2) relatif à la projection commune (x^i) des divers points $P(x^i, x^n)$ sur l'hyperplan tangent en M à S. Il en résulte que si pour une (P) [non réduite à l'hyperplan ∞], les cônes (2) sont *asymptotiques*, tous les cônes (Q_M) relatifs aux diverses associations (M, P) précédemment définies le sont aussi. Cette circonstance exige que l'on puisse adjoindre aux x^i une fonction x^n des u rendant le cône (1) indéterminé, et s'exprime, pour $[x^i(u), x^n(u)]$, par un système aux dérivées partielles linéaire du premier ordre (Σ) se ramenant, par

(2) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 520-522.

élimination de x^n, à un système analogue (Σ') toujours compatible dont l'intégration fournit x^n *sans intégration ultérieure*. Σ exprime la fixité absolue du point (x^i, x^n) si S *n'est pas continûment déformable*, ou donne les variétés $\mathcal{V}$ *correspondant à* S *avec orthogonalité des éléments linéaires* dans le cas contraire (général si $n = 3$). (Σ') renseigne donc sur la déformabilité de S et fournit les $\mathcal{V}$ éventuelles.

3. Les surfaces de E_3 correspondant par orthogonalité des éléments à une S donnée interviennent dans l'étude des déformations infinitésimales de S, des congruences W, ou des congruences conjuguées à un réseau de leur surface moyenne. L'équation du deuxième ordre dont elles dépendent habituellement est avantageusement remplacée par le système complètement intégrable (Σ') aux inconnues (x^1, x^2). Ainsi, la congruence la plus générale conjuguée à sa surface moyenne se déduit d'une S arbitraire en intégrant (Σ') et menant, par chaque point x^i, la parallèle à la normale à S; et l'on obtient ainsi, *simultanément*, la congruence *et sa surface moyenne* lieu de P[x^i, x^3], x^3 étant donné par (Σ) sans intégration.

Toute surface $\overline{S}$, correspondant à S avec orthogonalité des éléments sur les asymptotiques de S et leurs homologues, livre (n° 2) une solution de (Σ') : [x^1, x^2] est la projection d'un point quelconque de $\overline{S}$ sur le plan tangent correspondant de S. On peut, par exemple, rattacher à cette remarque le fait que le problème des éléments orthogonaux peut être complètement résolu pour les quadriques. Si S est une quadrique et $\overline{S}$ une surface arbitraire, et si l'on associe *arbitrairement*, à chaque génératrice de l'un ou l'autre système de S l'un de ses plans normaux, la correspondance entre un point M de S, et l'un des points communs aux traces de $\overline{S}$ sur les plans π_1, π_2 associés aux génératrices issues de M, est du type indiqué. La droite [π_1, π_2] perce le plan tangent en M au point (x^1, x^2) et l'on en déduit, *sans quadratures*, x^3 définissant avec x^1 et x^2 la surface générale correspondant par orthogonalité des éléments à S.

RELATIVITÉ. — *Sur l'intégration du problème des conditions initiales en mécanique relativiste.* Note (*) de Mme **Yvonne Fourès-Bruhat**, présentée par M. Élie Cartan.

Écrivant la métrique de l'espace temps sous la forme

$$ds^2 = \omega_0^2 - \Sigma\omega_i^2, \qquad \omega_0 = v\, dx^0, \qquad \omega_i = a_{ih}\, dx^h + \lambda_i\, dx^0.$$

Les équations d'Einstein s'écrivent

$$(1) \qquad \mathring{R}_{0i} = \overline{\nabla}_i P - \overline{\nabla}_h P_{hi},$$

$$(2) \qquad \mathring{R}_{00} + \Sigma \mathring{R}_{ii} = H^2 - P^2 + \overline{R}, \qquad H^2 = \Sigma P_{hl} P_{hl},$$

$$(3) \qquad \mathring{R}_{ij} = \overline{R}_{ij} + \frac{\overline{\nabla}_j(\partial_i v)}{v} - \partial_0 P_{ij} - P P_{ij} + P_{il}\overline{Q}_{lj} + \overline{Q}_{il} P_{lj},$$

(*) Séance du 15 mars 1948.

on a posé

$$P_{ij} = \gamma^{0}_{ij}, \qquad \overline{Q}_{ij} = \gamma_i{}^{j_0},$$

le système est en involution, les quatre dernières équations forment le *système des conditions initiales*, si elles sont vérifiées sur une section d'espace elles sont vérifiées partout.

Je me propose de chercher, étant données sur une hypersurface les composantes du tenseur d'énergie S^β_α par rapport à trois lignes coordonnées quelconques, ce qu'il suffit de connaître de la surface elle-même et de la position des lignes coordonnées par rapport à des éléments géométriques de cette surface pour que les équations d'Einstein déterminent, d'une part le $\overline{ds}^2$ de la surface

$$\overline{ds}^2 = \Sigma \overline{\omega}_i^2, \qquad \overline{\omega}_i = a_{ih}\, dx^h,$$

d'autre part le ds^2 d'un univers correspondant.

Je me donnerai donc sur l'hypersurface les $S^\beta_\alpha(x^1, x^2, x^3, x^4)$, et les quatre fonctions arbitraires v, λ_1, λ_2, λ_3 de x^1, x^2, x^3, qui représentent les paramètres par rapport à un repère mobile, encore à déterminer, de la tangente à la ligne de temps.

Je considérerai le repère mobile auxiliaire rectangulaire, dont les trois axes tangents à la surface sont dirigés suivant les tangentes aux lignes de courbure au point correspondant. Les inconnues devront satisfaire à la condition

$$P_{ij} = 0 \quad \text{pour} \quad i \neq j, \qquad P_{ij} = \frac{1}{2v}\left[a^{jh}\frac{\partial a_{ih}}{\partial x^0} + a^{ih}\frac{\partial a_{jh}}{\partial x^0} - \overline{\nabla}_i \lambda_j - \overline{\nabla}_j \lambda_i\right].$$

Les P_{ii} représentent alors les courbures principales de l'hypersurface. Les a_{ih} déterminent à la fois la position des lignes de courbure par rapport aux lignes coordonnées (repère mobile par rapport au repère naturel) et la métrique de la surface.

Les équations (1) s'écrivent alors

$$(1) \qquad \nabla_i P - \overline{\nabla}_i P_{ii} = \mathring{R}_{0i},$$

or

$$\overline{\nabla}_i P_{ii} = \partial_i P_{ii} + P_{il}\gamma_{lii} + P_{li}\gamma_{lii} = \partial_i P_{ii}.$$

Donc (1) s'écrit

$$\partial_i(P_{hh} + P_{jj}) = \mathring{R}_{0i} \qquad (h, j, i \text{ permutations de } 1, 2, 3),$$

$$a^{ik}\frac{\partial(P_{hh} + P_{jj})}{\partial x^k} = \mathring{R}_{0i}.$$

Exprimons maintenant les composantes $\mathring{R}_{0i} = \mathring{R}^0_i$ du tenseur d'énergie dans le repère mobile en fonction des composantes dans le repère naturel

$$\mathring{R}^0_i = \frac{d\mathring{x}^0}{dx^\alpha}\frac{dx^\beta}{d\mathring{x}^i} R^\alpha_\beta$$

avec

$$d\overset{\circ}{x}{}^0 = V\, dx^0, \qquad d\overset{\circ}{x}{}^i = a_{ih}\, dx^h + \lambda_i\, dx^0,$$

d'où

$$\overset{\circ}{R}_{0i} = \overset{\circ}{R}{}^0_i = V a^{ik} R^0_k = V a^{ik} S^0_k,$$

(1) devient

$$V a^{ik} S^0_k = a^{ik} \frac{\partial (P_{hh} + P_{jj})}{\partial x^k}$$

et en prenant $a^{ik} = e^\theta a^{\star ik}$, θ fonction arbitraire des trois variables x^1, x^2, x^3.

Les trois équations (1) déterminent alors les P_{hh} si l'on connaît leurs valeurs sur un contour. Considérons maintenant l'équation (2)

$$\overset{\circ}{R}_{00} + \Sigma \overset{\circ}{R}_{ii} = \overline{R} + H^2 - P^2 = 2 S^0_0, \qquad H^2 = \Sigma (P^2_{ii}), \qquad P^2 = (\Sigma P_{ii})^2,$$

$$\overline{R} - 2 \Sigma P_{jj} P_{hh} = 2 \overset{\circ}{S}{}^0_0 = 2\left(S^0_0 - a^{ih} \frac{\lambda_i}{V} S^0_i\right).$$

C'est une équation aux dérivées partielles du deuxième ordre elliptique pour la seule inconnue θ (1). Je l'étudierai ultérieurement.

Les deux formes fondamentales ainsi déterminées permettent, sous certaines hypothèses, de trouver l'espace-temps dans lequel l'hypersurface initiale est plongée.

AÉRODYNAMIQUE. — *Condensation des résultats expérimentaux concernant les couches limites turbulentes*. Note (*) de M. **Raymond Gœthals**, présentée par M. Joseph Pérès.

Les courbes de vitesses dans les couches limites se présentent sous la forme $u = f(y)$; (u, vitesse locale; y, distance à la paroi). Une représentation classique ramène ces courbes aux coordonnées sans dimensions $u/V = f(y/\delta)$; (V, vitesse potentielle; δ, épaisseur de la couche limite).

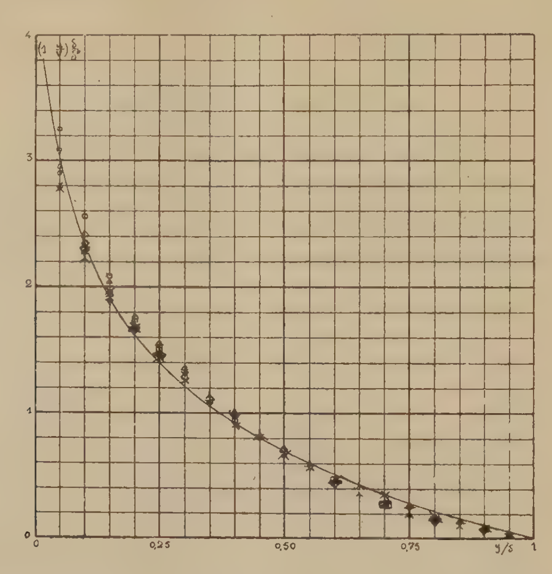
Nous avons utilisé une autre représentation qui a permis de grouper les résultats de nos travaux concernant les diffuseurs : nous portons en ordonnées le produit $(1 - u/V)\delta/\delta^\star$; $\left[\delta^\star = \int_0^\infty \left(1 - \frac{u}{V}\right) dy\right.$ étant l'épaisseur de déplacement$\left.\right]$ et en abscisses y/δ. Pour les diffuseurs, les courbes expérimentales, dont l'une est donnée plus loin, sont pratiquement confondues, du moins dans la zone non décollée.

Nous avons remarqué que cette représentation, à partir d'une courbe expé-

(1) Lichnerowicz, *Journ. de Math.*, XXIII, fasc. 1, 1944.

(*) Séance du 15 mars 1948.

rimentale quelconque des vitesses dans une couche limite turbulente donnait des résultats très voisins des premiers. Le graphique suivant (et le tableau numérique joint) groupe les résultats tirés de :



1° La courbe universelle des vitesses pour la plaque plane (d'après Nikuradse, traduction G. R. A. 644, p. 35), points △.

2° Une courbe de Nikuradse pour les tuyaux lisses pour $R = 4.10^3$ (tirée de Bakhméteff, *Mécanique de l'écoulement turbulent des fluides*, p. 94), points ○.

3° Une courbe semblable pour un grand nombre de Reynolds : $3.240.10^3$ (même référence), points □.

4° Une courbe de Nikuradse pour les tuyaux rugueux (tirée de Bakhméteff, p. 106, pour $r/e = 15$), points +.

5° Une courbe de diffuseur (gradient de pression positif) (tirée de nos essais; diffuseur de 7°), points ×.

6° Une courbe de couche limite sur maquette du dirigeable Akron (N. A. C. A., Report n° 430, 1932, pour $x/c = 0,59$), points ⅄.

7° Une courbe dans un écoulement avec gradient de pression négatif (Gruschwitz, Ing. Arch., sept. 1931), pour $x = 59,5$, points ▽.

Il est à remarquer que ces courbes ont été prises au hasard et dans les cas les plus divers d'écoulement turbulent. On sait, d'autre part, que les mesures de vitesses dans les couches limites présentent toujours un certain caractère d'instabilité et que chaque point ne peut être obtenu qu'en amortissant l'appareil de mesure ou en faisant la moyenne des indications graphiques données par un enregistreur; aussi est-il certain qu'aux erreurs expérimentales près, les diverses courbes peuvent admettre une moyenne commune.

Sur le graphique a été également portée (en trait plein) la courbe logarithmique inspirée de la loi de Karman, et que nous avons par ailleurs utilisée

sous la forme simple

$$\frac{u}{V} = 1 + K \log \frac{y}{\delta},$$

le coefficient K étant déterminé à partir de la courbe expérimentale, on trouve ici immédiatement

$$\left(1 - \frac{u}{V}\right) \frac{\delta}{\delta^*} = \mathrm{Log}_e \frac{\delta}{y}.$$

On voit qu'à l'incertitude expérimentale près mentionnée ci-dessus, cette courbe théorique donne une bonne représentation des phénomènes, quoiqu'elle soit légèrement différente de la moyenne des résultats expérimentaux.

De cette représentation, on peut conclure qu'il existe une universalité dans la répartition des vitesses de tous les écoulements en régime turbulent au voisinage de parois que la loi logarithmique pourrait représenter avec une certaine approximation.

Tableau des valeurs de $\left(1 - \frac{u}{V}\right) \frac{\delta}{\delta^*}$ *en fonction de* $\frac{y}{\delta}$ *pour les sept documents précités.*

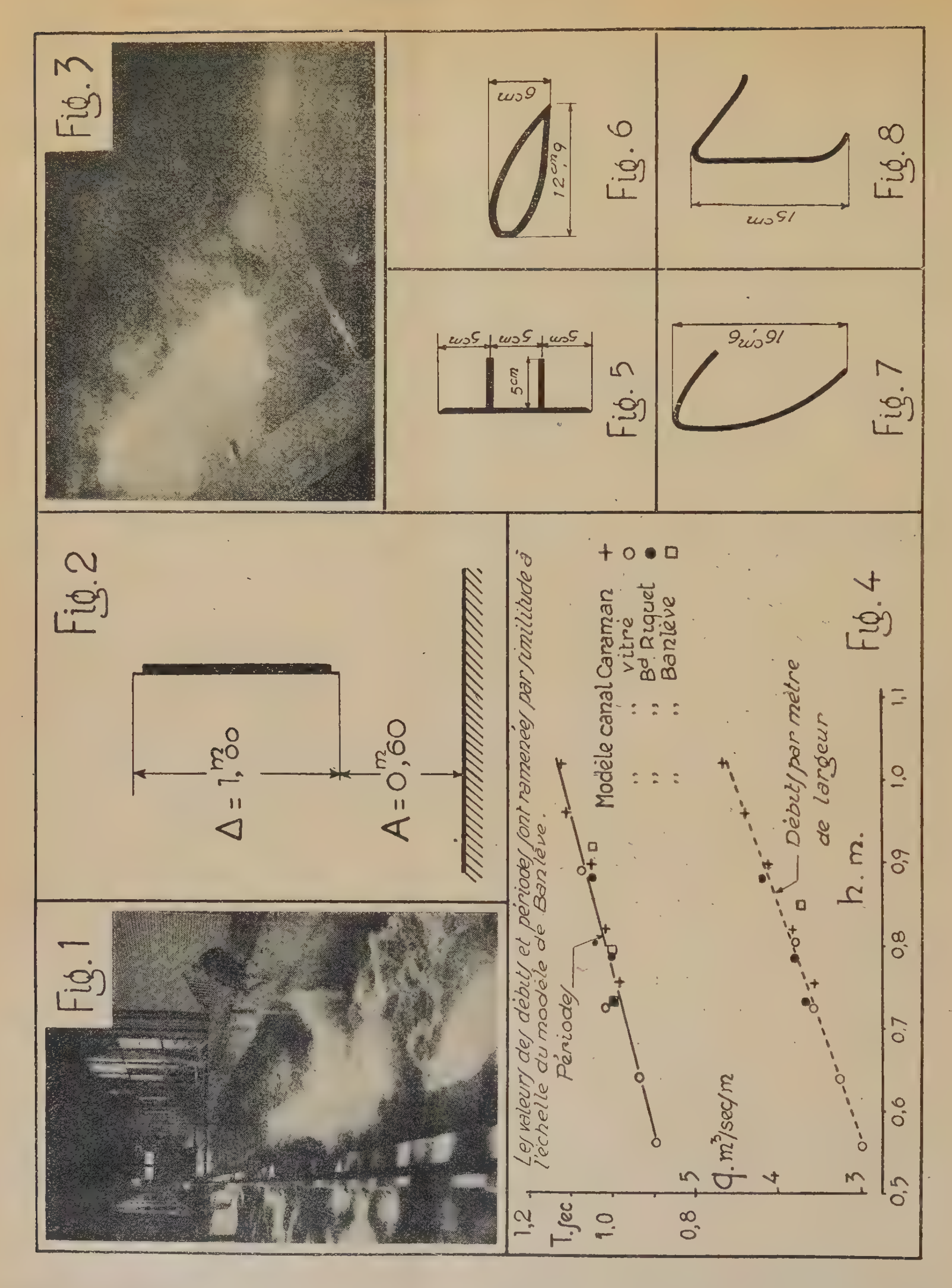
$\frac{y}{\delta}$	1 △.	2 ○.	3 □.	4 +.	5 ×.	6 ⅄.	7 ▽.
0,05.......	2,96	2,90	3,25	2,78	2,80	2,78	3,08
0,10.......	2,41	2,34	2,57	2,26	2,32	2,22	2,29
0,15.......	2,04	1,96	2,09	1,93	1,96	1,91	1,87
0,20.......	1,765	1,68	1,75	1,67	1,675	1,66	1,66
0,25.......	1,55	1,44	1,50	1,47	1,43	1,48	1,45
0,30.......	1,36	1,25	1,28	1,26	1,248	1,31	1,29
0,35.......	1,165	1,08	1,08	1,10	1,055	1,14	1,10
0,40.......	1,00	0,935	0,923	0,940	0,904	0,947	0,970
0,45.......	0,858	0,810	0,762	0,830	0,775	0,823	0,800
0,50.......	0,708	0,695	0,655	0,695	0,655	0,675	0,682
0,55.......	0,575	0,587	0,562	0,578	0,550	0,560	0,584
0,60.......	0,458	0,495	0,468	0,492	0,465	0,469	0,440
0,65.......	0,358	0,412	0,368	0,406	0,383	0,354	0,352
0,70.......	0,283	0,337	0,281	0,317	0,352	0,264	0,275
0,75.......	0,217	0,262	0,227	0,250	0,241	0,198	0,220
0,80.......	0,158	0,202	0,160	0,194	0,181	0,148	0,165
0,85.......	0,117	0,135	0,107	0,128	0,129	0,099	0,110
0,90.......	0,083	0,075	0,067	0,078	0,086	0,049	0,055
0,95.......	0,050	0,030	0,027	0,045	0,039	0,025	0,033

HYDRAULIQUE. — *Sur les phénomènes alternatifs intervenant dans le fonctionnement simultané des barrages mobiles en déversoirs et en vannes de fond.* Note (*) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Dans une Note récente [1] nous avons signalé l'existence, dans certaines conditions que nous avons précisées, d'un phénomène alternatif particulièrement dangereux pouvant menacer les vannes déversoirs. Notre étude résultait de

(*) Séance du 15 mars 1948.

[1] *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 781.



mesures faites avec un écran mobile constitué par une plaque verticale à minces parois, placée dans un canal de verre; l'écoulement s'effectuait sans aération et sans retenue aval.

Dans la présente Note, nous allons tout d'abord exposer comment de nouvelles

recherches nous ont permis d'étendre ce résultat à des ouvrages de dimensions industrielles et à procéder à une vérification étendue des lois de similitude de Reech Froude appliquées à ce phénomène; nous étudierons ensuite l'influence de la forme de la vanne sur les conditions d'écoulement.

1° *Expériences de Banlève et loi de similitude.* — Nous avons étudié quatre modèles géométriquement semblables dont les dimensions sont, entre elles, dans le rapport des chiffres 1-2,5-5-20 : le modèle le plus important est monté dans le canal de 4^m de largeur du laboratoire de Banlève (*fig.* 1) avec les dimensions indiquées sur la figure 2 : le débit utilisé atteint 14,800 m³/sec, ces expériences nous conduisent aux conclusions suivantes :

a. Les phénomènes d'oscillation se produisent dans tous les modèles, dans des conditions tout à fait semblables : en particulier, lorsqu'on règle la retenue aval de telle sorte que le ressaut d'exhaussement se localise immédiatement après le barrage mobile, il se produit des vagues et des projections d'eau (*fig.* 1), qui, dans le modèle de Banlève, peuvent s'élever jusqu'à 4^m au-dessus du niveau moyen : la photographie de la lame déversante, prise depuis l'amont (*fig.* 3), montre le gonflement, d'ailleurs dissymétrique, qui caractérise la surface libre, à un stade déterminé des oscillations, avant que soit atteinte la zone tumultueuse des remous.

b. La mesure des débits et celle des périodes montrent que la loi de similitude de Reech Froude s'applique de façon quantitative aux phénomènes observés, avec une bonne approximation (*fig.* 4), malgré la valeur relativement élevée (20) atteinte par le rapport de similitude.

2° *Influence de la forme de l'écran.* — *a.* La présence de nervures pleines horizontales (*fig.* 5) contrarie la formation des tourbillons alternés et supprime presque totalement les oscillations.

b. Avec un profil carré, le phénomène alternatif subsiste, mais l'amplitude des oscillations est moindre que dans le cas de la plaque plane.

c. Avec un rectangle d'épaisseur moitié de la hauteur, on obtient des battements plus réguliers et d'amplitude plus forte, se rapprochant davantage de ceux qu'on observe avec le profil plan normal.

d. Avec un cylindre circulaire, l'écoulement se régularise beaucoup et il subsiste simplement un frémissement de la surface sans amplitude notable.

e. Nous avons réalisé un profil type (*fig.* 6) dont le tracé épouse à la fois la partie inférieure de la lame déversante et la partie supérieure de la veine issue de la lame de fond : aucun décollement appréciable ne se produit, quelle que soit la position de l'écran, et l'écoulement est parfaitement régulier.

f. Nous avons enfin étudié certains profils correspondant à des vannes industrielles (*fig.* 7 et 8) : les tourbillons n'existent pas, dans les limites de retenues prévues pour le fonctionnement de ces ouvrages, mais, par contre, pour des charges nettement plus fortes, correspondant à des valeurs de Δ/H inférieures à 0,60, le phénomène alternatif apparaît.

GRAVIMÉTRIE. — *Mesures gravimétriques dans l'Aurès, le Sahara sud-aurasien et le bassin du Chott Chergui.* Note (*) de M. **Jean Lagrula**, présentée par M. Pierre Lejay.

Le tableau ci-contre présente, avec les notations du Comité national de Géodésie, les résultats des mesures effectuées en Algérie, au cours de l'année 1947, au moyen du pendule Holweck-Lejay de l'Observatoire d'Alger. Une lacune importante de notre réseau gravimétrique a été comblée (Aurès et régions voisines), ainsi que des lacunes secondaires.

Au massif de l'Aurès correspondent, comme on s'y attendait, des anomalies de Bouguer négatives; mais, inférieures en valeur absolue à celles du bassin du Hodna, d'altitude nettement plus basse, ces anomalies sont appelées à être réduites par l'application des corrections topographiques : ces dernières ne seront calculables, dans une zone aussi tourmentée, que le jour où nous disposerons de cartes au 1/50 000e.

La singularité du Hodna, sur laquelle j'ai attiré l'attention des géologues et des géophysiciens, n'est donc pas dans la dépendance gravimétrique de l'Aurès. D'une façon générale le degré de régionalité, au sens de Uening Meinesz, paraît faible en Algérie. Dans une publication récente *The gravity field of the western and central Mediterranean*, Coster, tenant compte des anomalies isostatiques, conclut (pages 24 et suiv.) dans le même sens en ce qui concerne le littoral.

Il semble que la singularité du Hodna, ainsi que celle de la Mitidja et celle du littoral, c'est-à-dire les anomalies assez marquées pour résister à tout système de compensation, soient en corrélation avec des phénomènes géologiques assez récents. Or nous trouvons en Suède et en Finlande de sérieuses raisons de penser qu'un déplacement de masses superficielles (retrait de glace) peut avoir des conséquences (déséquilibre isostatique) dont le réajustement n'est pas terminé au bout de 200 siècles. Il serait du plus haut intérêt de connaître la limite, variable sans doute d'une région à l'autre, après laquelle les phénomènes géologiques sont morts pour la gravimétrie. Pour l'Algérie, j'adopte le principe suivant : Les déséquilibres isostatiques ne dépendent pas des transports de matière (érosion et sédimentation) antérieurs au pliocène. Les corrections isostatiques préciseront sa validité.

Il faut signaler, pour la première fois depuis 1935, un *saut* important de la période du pendule, suivi d'une variation rapide en sens inverse. Après quoi la dérive instrumentale est demeurée faible.

D'autre part, au cours des campagnes faisant l'objet de la présente communication, j'ai réoccupé, dans l'intention d'améliorer le réseau des bases

---

(*) Séance du 22 mars 1948.

Stations.	Longitude Est Greenwich.	Latitude.	Altitude.	Densité.	g.	g_0.	g''_0.	γ_0.	γ'_0.	$g_0-\gamma_0$.	$g''_0-\gamma_0$.	$g_0-\gamma'_0$.	$g''_0-\gamma'_0$.
	° ′	° ′	m		gals	gals	gals	gals	gals	mgals	mgals	mgals	mgals
Branis	5 46,5	34 59,7	300	2,6	979,620	979,713	979,680	979,729	979,745	— 16	— 49	—32	—65
M'Choumèche	6 00,6	57,2	342	2,6	602	708	670	726	742	— 18	—56	—34	—72
Zribet el Oued	6 30,4	41,0	50	2,5	623	638	633	703	719	— 65	—70	—81	—86
Aïn Naga	6 05,5	41,3	2	2,5	648	649	648	703	719	— 54	—55	—70	—71
Ouled Djellal	5 04,0	25,5	194	2,6	623	683	662	681	697	+ 2	—19	—14	—35
Chaïba	4 55,5	50,5	433	2,6	599	733	686	716	732	+ 17	—30	+ 1	—46
Tolga	5 22,9	43,5	168	2,5	637	688	671	706	722	— 18	—35	—34	—51
Mac-Mahon	5 33,4	35 22,8	922	2,6	513	798	697	762	778	+ 36	—65	+20	—81
Arris	6 20,6	15,5	1200	2,6	454	824	693	751	767	+ 73	—58	+57	—74
Menaa	6 00,7	10,5	870	2,6	502	771	676	744	760	+ 27	—68	+11	—84
Mansourah	4 28,0	36 04,6	746	2,6	651	881	800	822	837	+ 59	—22	+44	—37
Zoui	7 21,6	35 17,2	1171	2,6	474	835	707	754	770	+ 81	—47	+65	—63
Ras el Heuch	7 37,4	34 50,7	783	2,6	520	762	676	716	732	+ 46	—40	+30	—56
Chéria	7 45,3	35 16,4	1103	2,6	488	828	708	753	769	+ 75	—45	+59	—61
Bir el Ater	8 03,3	34 44,2	868	2,6	492	760	665	707	723	+ 53	—42	+37	—58
Négrine	7 31,0	28,6	323	2,6	570	670	635	685	701	— 15	—50	—31	—66
Elma el Abiod	8 10,4	35 12,1	1022	2,6	506	822	710	747	763	+ 75	—37	+59	—53
El Méridj	8 13,8	47,9	630	2,6	674	868	799	799	814	+ 69	0	+54	—15
Aïn Beïda	7 23,4	47,9	999	2,6	571	880	771	799	814	+ 81	—28	+66	—43
Babar	7 06,6	09,8	1139	2,6	471	823	698	743	759	+ 80	—45	+64	—61
Djellal	6 53,4	34 55,2	1176	2,6	432	795	666	723	739	+ 72	—57	+56	—73
La Fayette	5 05,8	36 19,8	884	2,6	653	926	829	844	859	+ 82	—15	+67	—30
Oued Amizour	4 54,3	38,5	80	2,6	887	912	903	871	886	+ 41	+32	+26	+17
Nili	3 02,5	33 22,3	813	2,6	418	665	578	618	634	+ 47	—40	+31	—56
Berriane	3 45,9	32 49,9	533	2,6	433	598	540	548	564	+ 50	— 8	+34	—24
Kilomètre 42	3 50,2	14,2	457	2,6	407	546	497	500	516	+ 46	— 3	+30	—19
Zelfana	4 13,1	23,2	350	2,6	425	533	495	512	528	+ 21	—17	+ 5	—33
El Hobra	4 44,4	10,3	240	2,6	423	494	469	495	511	— 1	—26	—17	—42
M'Raier	5 55,9	33 57,5	—1	2,6	626	626	626	641	657	— 15	—15	—31	—31
Toual	0 50,3	34 43,9	1069	2,6	482	812	695	707	723	+105	—12	+89	—28
El Maï	0 25,4	24,5	1064	2,6	437	765	649	679	695	+ 86	—30	+70	—46
Médrissa	1 14,7	53,6	1111	2,6	470	812	691	721	737	+ 91	—30	+75	—46
Gueteifa	1 11,1	40,4	1037	2,6	465	785	672	702	718	+ 83	—30	+67	—46
Z'Raguet	0 45,3	37,3	1037	2,6	468	788	675	697	713	+ 91	—22	+75	—38
Aomar	0 30,7	33	1068	2,6	446	775	659	692	708	+ 83	—33	+67	—49
Hamiet Begar	0 45,2	26,7	1019	2,6	447	762	650	683	699	+ 79	—33	+63	—49

secondaires, 5 stations d'avant-guerre : Ghardaïa, Ouargla, Touggourt, Batna, Tébessa. Les résultats de ces contrôles semblant impliquer une variation, difficile à expliquer, de la sensibilité de l'instrument, j'ai exécuté en France une nouvelle campagne d'étalonnage qui a confirmé la modification présumée. Les présentes valeurs de g ont donc été calculées, à partir de la base Bouzaréa, avec la sensibilité $K = 195,6$ au lieu de l'ancienne valeur 197,9.

OPTIQUE ÉLECTROMAGNÉTIQUE. — *Sur une nouvelle méthode de mesure des deux paramètres d'un milieu absorbant.* Note (*) de M. **Henri Arzeliès**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans un Mémoire paru récemment [1], j'ai critiqué la méthode du point d'inflexion, et montré que son principe était inexact; j'ai proposé une nouvelle méthode qui permet la détermination de $\nu_0\chi_0$. La formule de l'intensité réfléchie à l'incidence normale fournit une deuxième relation entre les paramètres ν_0 et χ_0 à déterminer. Il est donc possible, en principe, de déduire ainsi ν_0 et χ_0 de la courbe de l'intensité réfléchie relative à l'onde 1 (vecteur électrique normal au plan d'incidence). La présente Note a pour but de signaler deux autres manières d'utiliser cette courbe (supposée tracée expérimentalement).

1° Considérons l'incidence i_k telle que $\sin^2 i_k = p : k$, k étant une constante positive fixée à priori. Pour cette incidence, nous avons [2] :

$$2\nu^2 = (k-1)\sin^2 i + \sqrt{(k-1)^2\sin^4 i + 4B^2},$$
$$2\chi^2 = -(k-1)\sin^2 i + \sqrt{(k-1)^2\sin^4 i + 4B^2}.$$

Portons ces valeurs dans l'équation $a^2 = f(i)$ relative à l'onde 1 [3]; nous obtenons une expression ne contenant que i et B. Traçons la courbe correspondante en utilisant la valeur de B précédemment déterminée (relation donnant $\nu_0\chi_0$). L'intersection de cette courbe auxiliaire avec la courbe expérimentale des intensités correspond évidemment à l'incidence $i = i_k$, d'où le paramètre p, c'est-à-dire la différence $\nu_0^2 - \chi_2^2$. La constante k peut être choisie quelconque suivant les conditions de mesure, avec toutefois $k > p$. N'oublions pas que $p < 1$ est une condition nécessaire pour la méthode qui donne $\nu_0\chi_0$.

2° Un autre point intéressant de la courbe des intensités réfléchies pour l'onde 1 est $i = 90°$; la tangente à la courbe a pour équation, dans le cas des absorptions faibles,

$$f(i) = \frac{\sqrt{1-\nu_0^2} - 2\nu_0\chi_0\left(\frac{\pi}{2} - i\right)}{\sqrt{1-\nu_0^2} + 2\nu_0\chi_0\left(\frac{\pi}{2} - i\right)}.$$

Cette relation donne ν_0 si l'on connaît déjà $\nu_0\chi_0$. Il est à noter que la condition $p < 1$ s'écrit $\nu_0^2 - \chi_0^2 < 1$, soit encore [4] $\nu_{02}^2 - \chi_{02}^2 < \nu_{01}^2$.

(*) Séance du 15 mars 1948.

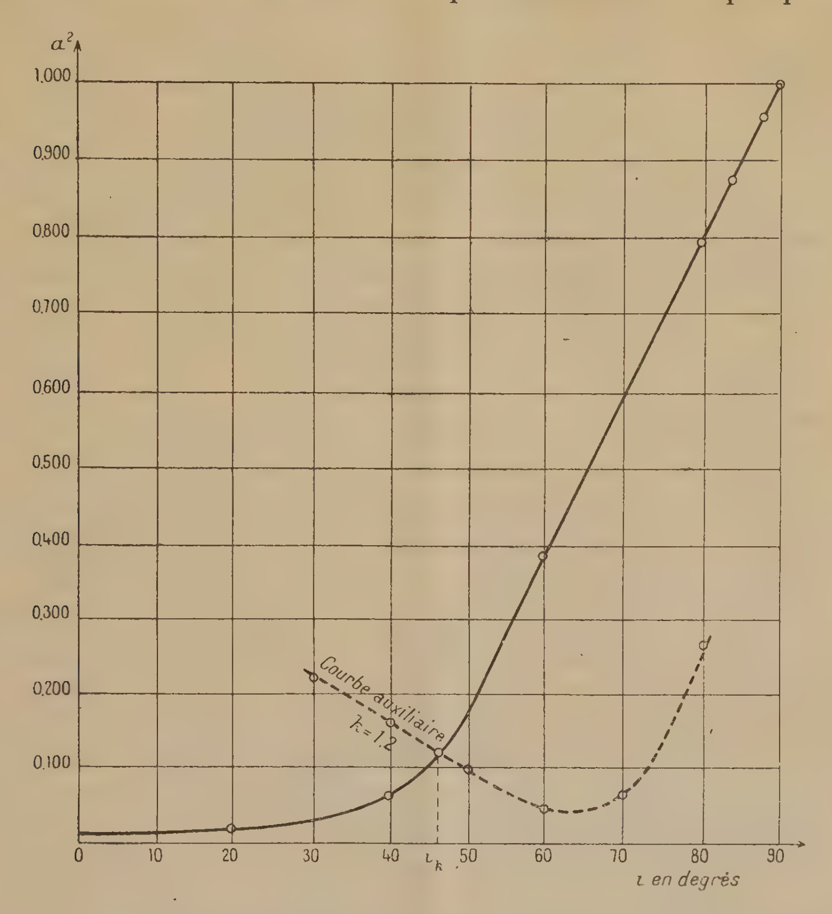
[1] *Ann. de Phys.*, mars-avril 1947, § 44 *b.* et *c.*, p. 178-183. Je conserve les mêmes notations.

[2] *Op. cit.*, § 19 *b.*, p. 154. Pour le sens de B, voir p. 148.

[3] *Op. cit.*, p. 156.

[4] *Op. cit.*, p. 155, Note 1.

Si $\chi_{02} < \nu_{02}$, il sera toujours possible de satisfaire à cette relation, en choisissant convenablement le premier milieu (indice ν_{01}); la méthode peut donc s'appliquer à tous les milieux diélectriques absorbants et à quelques métaux.



Si $\chi_{02} > \nu_{02}$, la méthode est inapplicable. En résumé, la courbe relative à l'onde 1 fournit quatre procédés de détermination pour les deux paramètres.

Remarque. — La figure donne un exemple d'application de la méthode du 1°.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Fluctuations de parcours dans l'aluminium et dans l'or d'un fragment de fission donné de l'uranium.* Note (*) de M. **Francis Suzor**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Nous avons déjà publié (1) (2) les parcours moyens et maxima dans l'aluminium de plusieurs produits de fission donnés de l'uranium, obtenus avec une

(*) Séance du 15 mars 1948.

(1) *J. Physique*, févr. 1947, p. 39.

(2) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1155.

méthode due à M. F. Joliot (3). Dans ces expériences nous utilisions une couche mince d'urane déposée électrolytiquement sur cuivre; la masse superficielle de 0,3 mg/cm² d'urane a été obtenue par mesure de l'ionisation totale des rayons α. Une statistique des α dans une plaque photographique *Ilford nuclear research* C2 a montré une pénétration de l'urane dans le cuivre et une épaisseur : $h = 5^{mm} \pm 1^{mm},2$ d'air. Avec une couche d'urane sur nickel de 0,3 mg/cm² préparée de la même façon : $h' = 1,^{mm}6 \pm 1^{mm},2$ d'air.

Afin d'obtenir une fluctuation de parcours moins grande des produits de fission, nous avons alors renouvelé avec les dépôts d'urane sur nickel les expériences donnant les parcours dans l'aluminium du ${}^{97}_{40}$Zr-17 h- et du ${}^{(132)}_{52}$Te-77 h- (irradiation aux neutrons thermiques). Les résultats sont donnés dans la figure 1 avec en pointillé les courbes précédemment obtenues (1) (2)

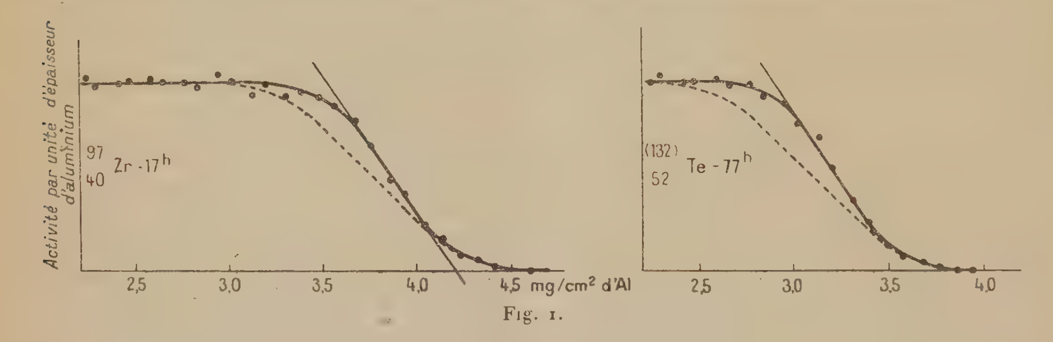


Fig. 1.

avec urane sur cuivre. Nous retrouvons bien les mêmes parcours maxima. Nous obtenons, en estimant d'après la courbe pour les parcours moyens π une précision de 0,05 mg/cm² d'Al et en y ajoutant les demi-épaisseurs apparentes des couches d'urane connues à $0^{mm},6$ d'air près :

$${}^{97}_{40}\text{Zr-17 h-}\pi = 4,16 \pm 0,15 \text{ mg/cm}^2 \text{ d'Al (urane sur Cu).}$$
$$\pi = 3,99 \pm 0,15 \text{ mg/cm}^2 \text{ d'Al (urane sur Ni).}$$
$${}^{(132)}_{29}\text{Te-77 h-}\pi = 3,49 \pm 0,15 \text{ mg/cm}^2 \text{ d'Al (urane sur Cu).}$$
$$\pi = 3,34 \pm 0,15 \text{ mg/cm}^2 \text{ d'Al (urane sur Ni).}$$

Les fluctuations sont les mêmes pour les deux produits de fission étudiés. Appelons λ la largeur à mi-hauteur de la courbe de Gauss des fluctuations de parcours données par l'expérience. λ_{Al} caractérisera la fluctuation de parcours proprement dite dans l'Al après soustraction de l'effet dû à la couche d'urane ($\lambda_u = h$) et de l'effet dû à la fluctuation de l'énergie cinétique initiale [$\lambda_E = 2^{mm}$ d'air, d'après les expériences de Flammersfeld-Jensen-Gentner (4) et celles de Fowler-Rosen (5)]. Nous avons : $\lambda^2_{Al} = \lambda^2 - \lambda^2_u - \lambda^2_E$. Dans le cas de la couche d'urane sur Cu : $\lambda = 6^{mm},1$ d'air, d'où $\lambda_{Al} = 2^{mm},9$ d'air. Dans le cas de

(3) *Comptes rendus*, **218**, 1944, p. 488.
(4) *Z. Physik*, **120**, 1943, p. 450.
(5) *Phy. Rev.*, **72**, 1947, p. 926.

la couche d'urane sur Ni : $\lambda = 4^{mm},1$ d'air, d'où $\lambda_{Al} = 3^{mm},2$ d'air. En admettant une précision de $0^{mm},5$ sur λ, nous tirons de l'expérience avec couche d'urane sur Ni

$$\lambda_{Al} = 3^{mm},2 \pm 1^{mm},0 \text{ d'air.}$$

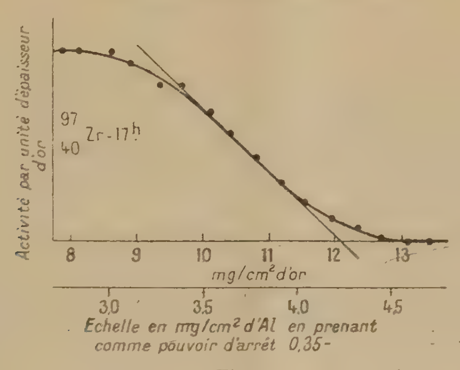


Fig. 2.

La même expérience a été faite dans l'or pour le ${}^{97}_{40}Zr$ — 17h — en utilisant la couche d'urane sur Ni (*fig.* 2). Nous aurons alors : $\lambda_{or}^2 = \lambda^2 - \lambda_u^2 - \lambda_E^2 - \lambda_P^2$. λ_P caractérise la fluctuation de portée pour un parcours unique, car nous mesurons ici une portée et non un parcours. Cette distinction n'était pas nécessaire dans l'Al. Un calcul donnant les déviations moyennes dues aux chocs nucléaires en divers points du parcours nous a permis de dessiner un grand nombre de portées également probables pour un même parcours de $25^{mm},3$ d'air; nous avons trouvé ainsi $\lambda_P = 2^{mm}$ environ, la portée moyenne étant $23^{mm},6$.

Nous avons $\lambda = 6^{mm},6$ d'air, d'où

$$\lambda_{or} = 5^{mm},7 \pm 0^{mm},8 \text{ d'air.}$$

La théorie de Bohr [6] sur la fluctuation de parcours donnerait $\lambda_{Al} = 1^{mm},7$ d'air et $\lambda_{or} = 1^{mm},0$ d'air. Notons enfin que les fluctuations données par Böggild-Arroë-Siggurgeirsson [7], pour l'ensemble des fragments lourds ou légers, sont du même ordre de grandeur que les nôtres; elles sont plus larges pour l'argon que pour l'hélium, et plus larges pour l'hélium que pour le deutérium ou l'hydrogène.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les collisions élastiques des positons avec les négatons* (II). Note (*) de Mme **Ho Zah-Wei**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Dans un travail précédent [1] nous avons étudié expérimentalement les collisions élastiques des positons avec les négatons et nous les avons comparées,

---

(6) *Phy. Rev.*, 59, 1941, p. 270.

(7) *Phy. Rev.*, 71, 1947, p. 281.

(*) Séance du 15 mars 1948.

(1) W. Bothe et Ho Zah-Wei, *Nachrichten der Akademie der Wissenschaften in*

pour la première fois, avec les prévisions théoriques ([2]). Généralement l'accord entre la théorie et l'expérience est satisfaisant, cependant il semble que, pour l'échange d'énergie A,

$$A = \frac{E_0^+ - E_1^+}{E_0^+} = \frac{E_1^-}{E_0^+},$$

où E_0^+ est l'énergie de positon avant le choc, E_1^+ l'énergie de positon après le choc et E_1^- l'énergie de négaton après le choc;

1° $A < 0,5$, *la fréquence de choc est légèrement inférieure à celle de prévision théorique*, par contre, pour

2° $A > 0,5$, *la fréquence de choc est légèrement supérieure à celle de prévision théorique.*

Toutefois, la statistique n'est pas suffisamment grande pour affirmer cette anomalie.

Dans le but d'augmenter le nombre des observations, par conséquent augmenter la précision expérimentale, nous avons continué nos études en utilisant les positons du spectre continu de ${}^{18}_{9}F$. L'appareil Wilson utilisé est une chambre à long temps d'efficacité du type Joliot ([3]), remplie d'air à la pression atmosphérique. Le champ magnétique était 570 gauss. La source de ${}^{18}_{9}F$, préparée par la réaction ${}^{19}_{9}F(n, 2n){}^{18}_{9}F$, a été placée au centre de l'appareil et les trajectoires ont été photographiées stéréoscopiquement. Les énergies des électrons ont été déduites soit par les rayons de courbure soit par leurs vrais parcours ([4]) (pour les faibles énergies).

Dans une longueur totale de 153^m de trajectoires réduites aux conditions normales, correspondant à 2700 positions dont les énergies initiales varient de 80 à 950 ekV, avec un maximum situé vers 200 ekV ([5]), nous avons observé 150 collisions avec l'échange d'énergie A supérieure à 10 %. Dans l'ensemble les conservations d'énergie et de quantité de mouvement sont maintenues dans les limites d'erreurs expérimentales.

Dans nos travaux antérieurs, nous avons utilisé les positions du spectre continu de ${}^{52}_{25}Mn$. Étant donné que les spectres de ${}^{52}_{25}Mn$ et ${}^{18}_{9}F$ sont semblables, nous pensons que nous pouvions rassembler les résultats des deux expériences et les comparer avec les calculs théoriques. La figure 1 représente le nombre de

Göttingen (*Mathem. Phys.* Klasse, avril 1946); Ho Zah-Wei, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1168; *Phys. Rev.*, **70**, 1946, p. 224; *Report of Cambridge Conference on Fundamental Particles*, **1**, 1947, p. 78.

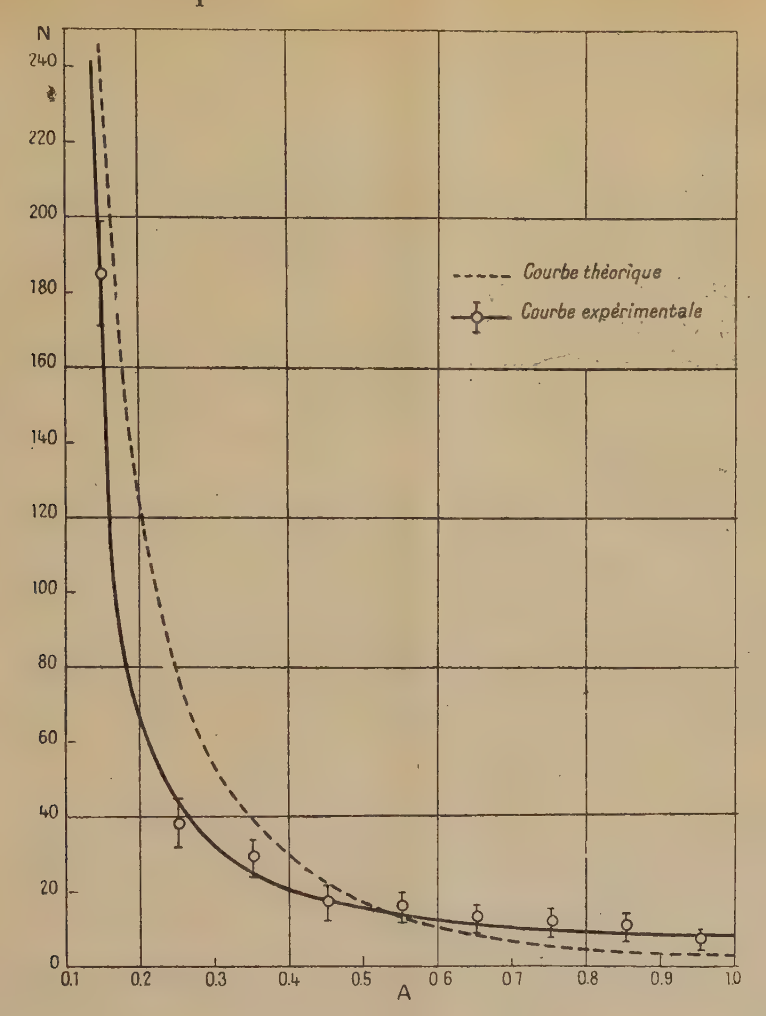
([2]) H. J. Bhabba, *Proc. Roy. Soc.*, **154**, 1936, p. 195.

([3]) Tsien San-Tsiang, *Journ. de Phys.*, **1**, 1940, p. 1.

([4]) Tsien San-Tsiang, *Ann. de Physique*, **19**, 1944, p. 327; Tsien San-Tsiang, C. Marty et B. Dreyfus, *Journ. de Phys.*, **8**, 1947, p. 269.

([5]) Ho Za-Wei, Travail inédit.

chocs N en fonction de A; les valeurs expérimentales sont données avec les limites d'erreurs statistiques.



Dans l'ensemble, la courbe expérimentale ressemble beaucoup à celle obtenue précédemment et l'accord entre la théorie et l'expérience est assez satisfaisant. Cependant il semble que les anomalies constatées dans nos premières expériences existent toujours, bien qu'on ait doublé le nombre d'observations.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la température sur un système colloïdal.* Note (*) de M. et Mme **Robert Darmois**, présentée par M. Jean Cabannes.

Au cours de deux publications antérieures (1), (2) on a souligné le fait que les courbes viscosité spécifique-concentration présentent, pour les solutions

(*) Séance du 15 mars 1948.

(1) R. Darmois, *Comptes rendus*, **221**, 1945, p. 659.

(2) R. Darmois, *Thèse*, Paris, 1946.

aqueuses d'alginate de soude, un point d'inflexion aux faibles concentrations ($1,5\,^0/_{00} < C < 2\,^0/_{00}$), autrement dit, le rapport η_{sp}/C présente un minimum. Nous avions donné de cette particularité une explication reposant sur la solvatation croissant avec la dilution et liée à la dissociation et la désassociation des particules colloïdales d'alginate.

Afin de mettre en évidence les facteurs prépondérants de ce phénomène, nous avons effectué, aux températures de 20 et 60°, des déterminations de η_{sp}/C, pour des concentrations comprises entre 0,5 et $5,5\,^0/_{00}$. Ce domaine de concentrations englobe la partie normale de la courbe ($C \geq 5\,^0/_{00}$) où η_{sp}/C croît avec C, et la partie anormale ($C < 1\,^0/_{00}$) où η_{sp}/C est une fonction décroissante de C. On a choisi la température élevée de 60°, de manière à voir si elle provoquait effectivement, pour des concentrations supérieures à $2\,^0/_{00}$, une désassociation des particules, ou la rupture d'un complexe eau-alginate qui aurait pu, à la rigueur, exister à la température ordinaire comme dans certaines macromolécules.

On constate qu'à 60° la courbe $\eta_{sp} = f(C)$ présente un point d'inflexion au même endroit qu'à 20°. Les deux courbes sont absolument analogues et aucun effondrement de viscosité ni décalage par rapport à l'axe des C n'apparaît. On peut en conclure que la désassociation est déjà réalisée à 20° pour $C < 5\,^0/_{00}$ et que la solvatation est pratiquement indépendante de la température.

Pour interpréter ces résultats, on peut utiliser l'équation de Smoluchowsky

$$\eta_{sp} = 2,5\varphi\left[1 + \frac{1}{k\eta_0}\left(\frac{\xi D}{2\pi r}\right)^2\right],$$

avec φ, volume actif total des particules dans l'unité de volume de solution; k, conductibilité spécifique de la solution; η_0, viscosité du solvant; D, constante diélectrique du solvant; ξ, potentiel électrocinétique de la double couche électrique; r, rayon moyen des particules.

Si d est la densité du corps dissous à l'état sec et V la voluminosité des particules, on a

$$\varphi = K\frac{C}{d}V \qquad \text{(K, constante de Staudinger)},$$

et l'équation de Smoluchowsky s'écrit

$$\frac{1}{KV}\left(\frac{\eta_{sp}}{C}\right)\frac{d}{2,5} = 1 + \frac{1}{k\eta_0}\left(\frac{\xi D}{2\pi r}\right)^2.$$

Si l'on admet en première approximation que l'alginate est pratiquement dissocié dans le domaine de concentrations étudié, la conductibilité k est due presque uniquement aux ions Na^+. Si M est la masse moléculaire de l'alginate et Λ la conductivité équivalente, on a $k = \Lambda C/1000\,M$ et

$$(1) \qquad \frac{1}{KV}\left(\frac{\eta_{sp}}{C}\right)\frac{d}{2,5} = 1 + \frac{1000\,M}{C\eta_0\Lambda}\left(\frac{\xi D}{2\pi r}\right)^2,$$

équation qui s'écrit à température constante et pour la concentration infiniment petite C

(2) $$\eta_{sp} = A\xi^2 V,$$

A étant une constante.

Le tableau donne pour les températures de 20° et 60° les valeurs de η_{sp} en fonction de C, ainsi que du rapport η_{sp}/C.

On sait que la voluminosité augmente et tend vers une limite quand C décroît. La formule (2) montre que le potentiel électrocinétique ξ de la double couche diminue et tend vers zéro en même temps que C, ce qui détermine la floculation du colloïde. Nous avons constaté effectivement que l'alginate très dilué précipitait de sa solution.

Appliquons maintenant l'équation (1) à l'effet de température. On peut

C (g ‰).	5.	4.	3.	2.	1.	0,5.
η_{sp} à 60°.........	11,171	11,156	8,437	5,336	3,008	1,898
η_{sp}/C à 20°.......	3,234	2,789	2,812	2,668$_{min.}$	3,008	3,796
η_{sp} à 60°.........	22,853	13,603	10,081	6,402	3,900	2,280
η_{sp}/C à 20°.......	4,570	3,400	3,360	3,201$_{min.}$	3,900	4,560
$V_{60°}/V_{20°}$.........	0,98	1,14	1,16	1,16	1,07	1,16

calculer le rapport des voluminosités à 20° et à 60°, pour une même concentration, en supposant que ξ soit indépendant de la température. On a

$$\frac{d}{2,5}\eta_{sp} = KV(C+\beta)$$

en posant

$$\beta = \frac{1000\,M}{\Lambda\eta_0}\left(\frac{\xi D}{2\pi r}\right)^2,$$

d'où

$$\frac{\eta_{sp}\text{ à }60°}{\eta_{sp}\text{ à }20°} = \frac{V_{60°}}{V_{20°}}\,\frac{C+\beta_{60°}}{C+\beta_{20°}}.$$

β étant grand vis-à-vis de C, on a sensiblement

$$\frac{\eta_{sp}\text{ à }60°}{\eta_{sp}\text{ à }20°} = \frac{V_{60°}}{V_{20°}}\,\frac{\beta_{60°}}{\beta_{20°}},$$

d'où

$$\frac{\eta_{sp}\text{ à }20°}{\eta_{sp}\text{ à }60°}\,\frac{V_{60°}}{V_{20°}} = \frac{\Lambda_{60°}}{\Lambda_{20°}}\,\frac{\eta_0\text{ à }60°}{\eta_0\text{ à }20°}\left(\frac{D_{20°}}{D_{60°}}\right)^2.$$

La conductibilité étant due presque uniquement aux ions Na^+, on peut remplacer $\Lambda_{60°}/\Lambda_{20°}$ par le rapport des mobilités de ces ions, soit $u_{60°}/u_{20°} = 2,09$. Les valeurs de η_0 et de D à 20° et à 60° étant connues, on trouve en remplaçant

$$\frac{\eta_{sp}\text{ à }20°}{\eta_{sp}\text{ à }60°}\,\frac{V_{60°}}{V_{20°}} = 1,39.$$

Des valeurs expérimentales de η_{sp} à 20° et à 60°, on déduit, pour les différentes

concentrations étudiées, le rapport $V_{60°}/V_{20°}$. On voit dans le tableau que ce rapport est sensiblement voisin de l'unité, ce qui montre que la solvatation est pratiquement indépendante de la température et confirme nos résultats expérimentaux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Radiogrammes de Debye-Scherrer et spectres infrarouges des tartrates neutres droits de calcium.* Note (*) de M. **Jean Lecomte**, Mlle **Thérèse Pobeguin** et M. **Jean Wyart**, présentée par M. Charles Mauguin.

Dans une Note précédente [1] l'un de nous a mis en évidence l'existence, en dehors des deux tartrates de calcium à 6 et 4^{mol} d'eau, d'une série de produits de déshydratation et de réhydratation plus ou moins instables et transitoires. Ces produits ont été étudiés à l'aide des rayons X et des rayons infrarouges.

Rayons X : Diagrammes de poudre. — Le diagramme de l'hexahydrate (aiguilles instables) n'a rien de commun avec celui du tétrahydrate (cristaux orthorhombiques stables); les intervalles réticulaires sont, en Å, pour l'hexahydrate : $7{,}8_4$ (*i*); $5{,}8_9$ (*t.i*); $4{,}6_3$ (*m*); $3{,}8_1$ (*f*); $3{,}2_9$ (*m*); $2{,}8_7$ (*t.i*); $2{,}3_7$ (*t.i*); $2{,}1_5$ (*m*); $1{,}8_8$ (*f*); $1{,}6_8$ (*f*) [2].

Les aiguilles ayant perdu 2^{mol} d'eau à l'air libre ($4H_2O$) et le produit cotonneux (également $4H_2O$) obtenu par réhydratation d'aiguilles déshydratées, donnent le même diagramme que les cristaux isodiamétriques orthorhombiques stables. Le diagramme d'aiguilles ayant perdu environ $5^{mol},5$ d'eau et réhydratées à l'air libre, produit accusant 1^{mol} d'eau et relativement stable dans les conditions ordinaires, présente les raies principales du tétrahydrate si l'on fait une pose suffisamment longue. Un diagramme de cristaux orthorhombiques déshydratés, produit accusant $0^{mol},5$ d'eau environ, ne donne rien.

Par conséquent, au cours de la déshydratation, on constate qu'à partir de $4H^2O$ le diagramme reste le même quant à la position des raies, mais s'affaiblit considérablement à partir d'un sel à 1^{mol} d'eau : l'eau s'intercale entre les atomes du tartrate, mais sans en modifier profondément le réseau. Il s'agit donc d'eau zéolitique, fait que les expériences de déshydratation et de réhydratation nous avaient déjà laissé prévoir.

Spectres infrarouges. — Des spectres ont été faits sur des poudres dans la région du moyen infrarouge (région de 6 à 15^{μ}) : nous avons pu obtenir des spectres de corps même instables, en voie de déshydratation ou de réhydratation, ce qui nous a permis de suivre les phénomènes de plus près. Dans le cas de l'hexahydrate cependant, l'impossibilité de broyer les aiguilles (opération qui

(*) Séance du 22 mars 1948.

(1) *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 719.

(2) Entre parenthèses, intensité des raies : très intense, intense, moyenne, faible.

provoque leur transformation en tétrahydrate) entraîne de grosses difficultés; les spectres, sinon beaux, sont néanmoins utilisables.

Les spectres des aiguilles à $6H^2O$ et des cristaux orthorhombiques à $4H^2O$ sont nettement différents. Le spectre du tétrahydrate comprend en particulier trois fortes bandes à $8^{\mu},8$, $10^{\mu},5$, et $12^{\mu},4$ (en dehors des deux bandes situées aux environs de $6^{\mu},5$ et $7^{\mu},3$ dues aux vibrations du carboxyle COO).

Le spectre des aiguilles broyées est identique à celui du tétrahydrate. Lorsqu'à partir des tétrahydrates on déshydrate ces corps, on constate que le spectre reste identique à lui-même jusqu'à 3^{mol} d'eau; dès que l'on arrive à $2^{mol},9$, il y a disparition de la bande de $8^{\mu},8$ et inversion des intensités des deux autres; de 3 à 1^{mol} d'eau apparaissent des modifications faibles et progressives : augmentation considérable d'intensité de la bande de $9^{\mu},5$, qui glisse en réalité de $9^{\mu},6$ à $9^{\mu},45$; diminution d'intensité de la bande de $12^{\mu},4$ et de la bande de $10^{\mu},5$ qui s'étale et se déplace vers $10^{\mu},8$; pour des quantités d'eau inférieures à 1^{mol}, toutes les bandes situées au delà de 10^{μ} tendent à disparaître : la seule bande qui persiste est celle de $9^{\mu},5$, très forte, celles du carboxyle mises à part. Les spectres des cristaux orthorhombiques déshydratés, étudiés tels quels ou réhydratés, se placent dans la série, suivant leur teneur en eau : d'après le spectre d'un produit, il est possible de dire avec une assez bonne approximation son pourcentage d'eau; il est même possible de constater l'existence d'un mélange : dans ce cas, on retrouve les bandes des deux constituants. Les spectres d'aiguilles déshydratées puis réhydratées s'intercalent également dans la série, d'après la quantité d'eau qu'elles contiennent. Par conséquent, les résultats donnés par les spectres infrarouges confirment les précédents, et de plus nous permettent de déceler un certain changement de constitution aux environs de 3^{mol} d'eau : il est vraisemblable que l'une des liaisons de l'eau avec le reste de la molécule se modifie (s'il s'agit des liaisons H, elles ne peuvent être mises en évidence par les rayons X). Par ailleurs, le déplacement progressif des bandes nous indique que la perte d'eau se fait sur l'ensemble du sel et non par la disparition d'un hydrate, corrélative de l'apparition d'un autre.

En conclusion, les deux tartrates à $6H^2O$ et $4H^2O$ sont nettement individualisés au point de vue structure. A partir de $4H^2O$, que les corps dérivent de l'hexahydrate ou du tétrahydrate, les diagrammes de rayons X deviennent identiques; les spectres infrarouges également, pour une même teneur en eau; cependant, la stabilité, en particulier pour les sels à 1^{mol} d'eau, peut ne pas être de même ordre; la texture diffère, mais le motif cristallin, à l'échelle atomique, reste le même. La perte d'eau s'effectue sur l'ensemble du produit, et le départ et le retour de l'eau ne modifient pas la structure du réseau; après déshydratation, il y a tendance plus ou moins marquée à revenir à l'état primitif; c'est bien à de l'eau zéolitique que l'on a affaire. Il n'y a donc vraisemblablement

pas d'hydrates définis, on tend, pour certaines quantités d'eau, vers des équilibres, et ceux-ci peuvent varier avec les conditions d'expérience (³).

ADSORPTION. — *Bases théoriques du coefficient τ des vitesses d'adsorption.* Note (*) de MM. **André Mennessier**, **Raymond Boucher** et **Pierre Montigny**, présentée par M. Gustave Ribaud.

En étendant la théorie de Langmuir au cas des charbons actifs, nous avons essayé de donner des bases théoriques au coefficient τ défini dans une Note précédente (¹). Nous avons donc supposé que la vitesse d'évaporation du gaz adsorbé était proportionnelle à la quantité présente sur la surface. Langmuir (²), dans sa théorie, appelle θ la portion d'adsorbant découverte à l'instant t et θ_1 la portion recouverte

$$\theta+\theta_1=S.$$

D'après lui, la masse des molécules qui frappent l'unité de surface nue dans l'unité de temps a pour valeur

$$\mu_1=p\sqrt{\frac{M}{2\pi RT}}.$$

Par suite le taux de condensation exact est $\alpha\mu_1\theta$ (α étant un terme correctif voisin de l'unité). La vitesse d'évaporation des molécules existant sur θ_1 est donnée par $\nu_1\theta_1$ (ν_1 étant le nombre de molécules grammes du gaz qui quittent par seconde l'unité de surface). D'autre part on peut écrire

$$pV=nRT \qquad \text{ou} \qquad pV=\frac{m'}{M}RT \qquad \text{donc} \qquad m'=\frac{PV}{RT}M.$$

Si l'on appelle $\mathfrak{M}$ la masse totale de benzène vaporisée au début de l'expérience

$$m=\mathfrak{M}-m'=\mathfrak{M}-\frac{PV}{RT}M \qquad \text{et} \qquad p=(\mathfrak{M}-m)\frac{RT}{VM},$$

soient dmc/dt et dme/dt les vitesses de condensation et d'évaporation à l'instant t :

$$\frac{dmc}{dt}=\alpha\mu_1\theta=\alpha\sqrt{\frac{M}{2\pi RT}}\,\theta p, \qquad \frac{dme}{dt}=\nu\theta_1 \qquad \left(\nu_1=\frac{\nu}{M}\right),$$

σ étant l'aire occupée par la molécule de C^6H^6 à la surface du charbon actif,

---

(³) Les détails d'expérience, courbes et photographies seront publiés ultérieurement dans le *Bulletin de la Société française de Minéralogie*.

(*) Séance du 22 mars 1948.

(¹) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 914.

(²) *Phys. Rev.*, **2**, 1913, p. 331; *J. Amer. Chem. Soc.*, **38**, 1916, p. 2221; **39**, 1917, p. 1885; **40**, 1918, p. 1361.

il vient

$$\theta_1 = \sigma m \frac{N}{M} \qquad \text{et} \qquad \theta = S - \theta_1 = S - \sigma m \frac{N}{M}.$$

En explicitant l'égalité

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dmc}{dt} - \frac{dme}{dt},$$

on obtient

$$\frac{dm}{dt} = \left[\alpha \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \left(S - \sigma \frac{N}{M} m\right) (\mathfrak{M} - m) \frac{RT}{VM}\right] - m\nu\sigma \frac{N}{M},$$

c'est-à-dire une équation du second degré :

$$\Phi(m) = \frac{dm}{dt} = A m^2 + B m + C.$$

Cette équation admet deux racines m_0 et m'_0, la plus petite de ces racines, m_0, ayant une signification physique

$$\frac{dm}{dt} = A(m - m_0)(m - m'_0),$$

l'intégration donne

$$m_0 - m = \frac{m'_0 - m_0}{e^{\frac{t - t_0}{K}} - 1}.$$

Lorsque t est suffisamment grand, cette fonction $m = f(t)$ prend la forme

$$m_0 - m = (m'_0 - m_0)\, e^{-\frac{t - t_0}{K}}.$$

C'est bien là une fonction analogue à celle déterminée expérimentalement pour les temps de contact supérieurs à 60 secondes. Le coefficient K (et par conséquent τ) s'écrit

$$\tau = 0,6931\, K = \frac{0,6931}{\sqrt{B^2 - 4AC}}.$$

On voit immédiatement que τ dépend de M et σ (nature physique de l'adsorbé); de S et ν (nature physique de l'adsorbant); de T, V et $\mathfrak{M}$ (appareillage et conditions d'expérience).

En opérant toujours de façon identique et avec la même vapeur sèche, de façon à réaliser toujours une monocouche en fin d'adsorption, il paraît donc possible d'expliciter un coefficient représentatif de la variation des vitesses et de la nature de l'adsorbant. En résumé nos travaux semblent donc montrer que :

1° La théorie de l'adsorption monomoléculaire de Langmuir peut être étendue au cas des charbons actifs.

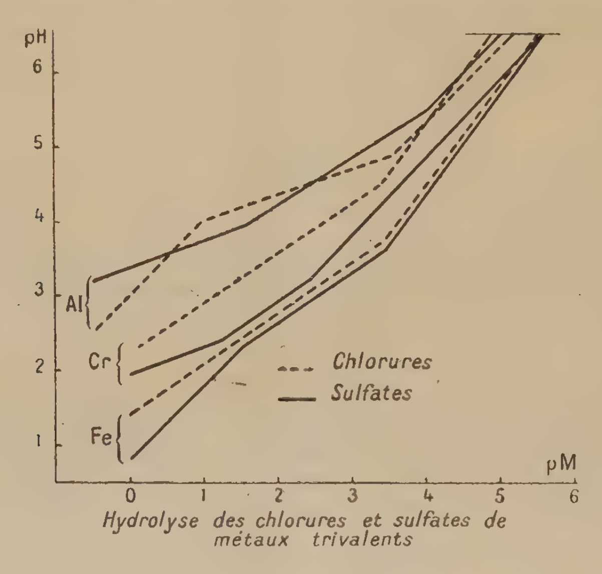
2° La variation des vitesses en fonction du temps peut être caractérisée par deux valeurs simples ν et τ.

3° Le coefficient τ peut, sous certaines conditions que nous avons précisées, servir à classer différents adsorbants ou catalyseurs en fonction de leur nature physique et par conséquent de leur éventuelle activité catalytique.

CHIMIE MINÉRALE. — *Hydrolyse des chlorures et sulfates de métaux trivalents.* Note (*) de M. **Henri Guiter**, présentée par M. Paul Lebeau.

La méthode d'étude de l'hydrolyse saline [1], précédemment appliquée aux carbonates alcalins [2], est étendue aux chlorures et sulfates d'aluminium, de chrome et de fer [3].

Les courbes représentant le pH en fonction du pM à 15° C — sulfates en trait continu, chlorures en tirets — sont constituées par des segments de droite caractérisés par la variation du pH, Δ pH correspondant à une variation fixe, 0,3, du pM, c'est-à-dire à un dédoublement de la solution saline étudiée.



Hydrolyse des chlorures et sulfates de métaux trivalents

Les sulfates d'aluminium et de chrome présentent successivement les trois mêmes phénomènes :

I	$\Delta pH = 0,1$	$(SO_4M^+)_2 + 2H_2O \rightleftharpoons (SO_4MOH)_2 + 2H^+$	$\theta = 0,1$
II	$\Delta pH = 0,2$	$2SO_4M^+ + 2H_2O \rightleftharpoons (SO_4MOH)_2 + 2H^+$	$\theta = 0,01$
III	$\Delta pH = 0,3$	$SO_4^{--} + M^{+++} + H_2O \rightleftharpoons SO_4MOH + H^+$	$\theta = 0,0001$

(*) Séance du 1er mars 1948.

(1) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 153 et 223, 1946, p. 203; *Ann. Chim.*, 2, 1947, p. 72.

(2) *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1159.

(3) Les résultats détaillés font l'objet de mémoires en cours de publication au *Bulletin de la Société chimique de France*.

Il semble qu'il y ait monomérisation, puis dissociation, des cations hydrolysables, et monomérisation du produit d'hydrolyse, lorsque la dilution augmente.

Le sulfate ferrique présente la réaction II, commune avec les autres sulfates.

I′	$\Delta pH = 0,3$	$2SO_4Fe^+ + SO_4^{--} + 2H_2O \rightleftharpoons (SO_4)_3(FeOH)_2^{--} + 2H^+$	$\theta = 0,1$
II	$\Delta pH = 0,2$	$2SO_4Fe^+ + 2H_2O \rightleftharpoons (SOFeOH)_2 + 2H^+$	$\theta = 0,01$
III′	$\Delta pH = 0,4$	$2SO_4^{--} + 2Fe^{+++} + 2H_2O \rightleftharpoons (SO_4FeOH)_2 + 2H^+$	$\theta = 0,0001$

En solution concentrée, apparaît un anion $(SO_4)_3(FeOH)_2^{--}$ dont l'association avec les cations SO_4Fe^+ correspond au sel $5SO_3$, $2Fe_2O_3$, Aq, (copiapite) reconnu par Applebey et Wilkes (⁴) dans le système $SO_3—Fe_2O_3—H_2O$.

Les constantes d'hydrolyse sont :

$(SO_4)_3Al_2$	$K_I = 1,5.10^{-10}$	$K_{II} = 1,25.10^{-8}$	$K_{III} = 1,25.10^{-2}$
$(SO_4)_3Cr_2$	$K_I = 3.10^{-6}$	$K_{II} = 8.10^{-5}$	$K_{III} = 0,4$
$(SO_4)_3Fe_2$	$K_{I'} = 1$	$K_{II} \neq 10^{-3}$	$K_{III'} \neq 10^{9}$

Nous constatons un parallélisme complet entre l'hydrolyse du chlorure ferrique et celle du chlorure chromique (sel violet), analogues aux phénomènes II et III′ du sulfate ferrique :

(1)	$\Delta pH = 0,2$	$2ClM^{++} + 2H_2O \rightleftharpoons (ClMOH^+)_2 + 2H^+$	$\theta = 1$ à $0,001$
(2)	$\Delta pH = 0,4$	$2Cl^- + 2M^{+++} + 2H_2O \rightleftharpoons (ClMOH^+)_2 + 2H^+$	$\theta = 0,0001$.

Nous ne faisons aucune hypothèse sur l'état d'hydratation des cations M^{+++} ou ClM^{++}.

La courbe relative au chlorure d'aluminium diffère des deux précédentes.

(1′)	$\Delta pH = 0,3$	$(ClAl^{++})_2 + 2Cl^- + 2H_2O \rightleftharpoons (Cl_2AlOH)_2 + 2H^+$	$\theta = 0,1$
(2′)	$\Delta pH = 0,1$	$(ClAl^{++})_2 + 2H_2O \rightleftharpoons (ClAlOH^+)_2 + 2H^+$	$\theta = 0,01$
(3′)	$\Delta pH = 0,3$	$Cl^- + Al^{+++} + H_2O \rightleftharpoons ClAlOH^+ + H^+$	$\theta = 0,0001$.

Les constantes d'hydrolyse sont :

Cl_3Al	$K_{1'} = 7.10^{-9}$	$K_{2'} = 3,2.10^{-11}$	$K_{3'} = 8.10^{-3}$
Cl_3Cr	$K_1 = 10^{-6}$	$K_2 = 4.10^{-2}$	
Cl_3Fe	$K_1 \neq 10^{-4}$	$K_2 \neq 10^5$.	

Dans tous les cas, la dissociation ionique complète de ces sels de métaux trivalents ne se produit que pour des titres inférieurs ou égaux à la décimillinormalité.

Le taux d'hydrolyse croît lorsque l'on passe de l'aluminium au chrome et au fer. Pour ce dernier, il est très grand, ce qui explique les valeurs approchées de la constante d'hydrolyse.

Il est à remarquer que le chrome, pour lequel l'existence de cations complexes

---

(⁴) *J. Chim. Soc.*, **121**, 1922, p. 337.

est bien établie, se situe sans anomalies entre l'aluminium et le fer, avec des propriétés intermédiaires. En particulier, l'analogie est totale entre les sulfates d'aluminium et de chrome d'une part, entre les chlorures chromique et ferrique d'autre part.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le pentagermanate dipotassique* $Ge_5O_{11}K_2$. Note (*) de MM. **Arakel Tchakirian** et **Georges Carpéni**, présentée par M. Louis Hackspill.

Dans une Note récente ([1]) portant sur l'électrochimie des solutions aqueuses de l'oxyde germanique GeO_2, nous avions signalé que de telles solutions sont le siège d'un équilibre entre molécules mono- et pentagermaniques. Lorsque l'on neutralise ces acides germaniques en milieu concentré en chlorure de potassium (KCl 2M), il apparaît au voisinage du point isohydrique I ([2]) un précipité blanc, dont la composition était particulièrement intéressante à connaître. En effet, la formule du composé devrait :

1° Confirmer, ou infirmer, l'analyse de Schwartz et Huf ([3]) d'un produit en tous points analogue;

2° Constituer une preuve expérimentale sérieuse de la justesse éventuelle des conceptions exposées au sujet du point isohydrique ([4]).

En vue de déterminer sa constitution exacte, le précipité a été d'abord recueilli sur plaque en verre fritté (Schott G. 4), puis lavé à plusieurs reprises à l'eau bidistillée glacée décarbonatée et finalement essoré à fond. Au microscope, le produit se présente, même sous fort grossissement ($\times$ 1 100; objectif à immersion) sous la forme d'amas de microcristaux, dont il est impossible de reconnaître le système cristallin. Mis en suspension dans l'eau, le précipité humide se dissout lentement mais est finalement assez soluble. Le pH de la solution obtenue est d'environ 9,2, en excellent accord avec le pH relevé sur la courbe de titrage, d'une solution de GeO_2 de concentration sensiblement égale, au point d'abscisse correspondant à $Ge_5O_{11}K_2$. L'analyse a porté :

1° Sur le degré d'humidité, par séchage à 100-110°;

2° Sur la présence éventuelle d'ions chlore (la solution étant très riche en KCl). Le dosage électrométrique indique une teneur Cl^- *nulle*;

3° Sur les concentrations en GeO_2 et en KOH, par titrages électrométriques.

L'ensemble des résultats s'accorde très bien avec la composition $Ge_5O_{11}K_2$: *Le*

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) Carpéni et Tchakirian, *Comptes rendus*, 226, 1948, p. 725.

([2]) Pour la définition du point isohydrique, *voir* Carpéni, *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 307. Courbes visibles sur la figure 2 de ([1]).

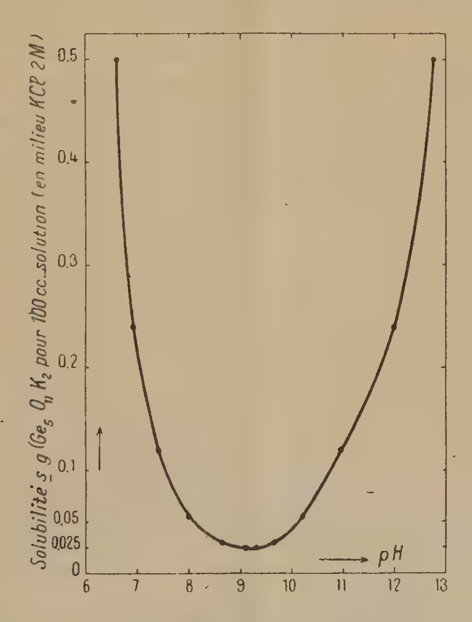
([3]) *Z. anorg. chem.*, 203, 1932, p. 188-218.

([4]) *Voir* surtout Carpéni, *Bull.* 1948 (sous presse).

précipité formé au voisinage du point isohydrique a donc bien la formule prévue théoriquement et constitue ainsi une preuve expérimentale supplémentaire de la réalité des équilibres envisagés $Ge_5O_{11}H_2 \rightleftharpoons GeO_3H_2$ ([5]).

Mais ce résultat nous incite également à estimer qu'*il est fort probable que le précipité formé au cours des essais de diffusion de Schwartz et Huf* ([3]), *en milieu nitrate de potassium, n'est pas du* GeO_2 *pur, comme l'admettaient ces auteurs, mais bien du* $Ge_5O_{11}K_2$.

L'étude de la solubilité du pentagermanate dipotassique en fonction du pH, en solution KCl 2M, a été faite à l'aide de solutions identiques à celles utilisées pour tracer le réseau reproduit dans la figure 2 de la Note citée ([1]), mais après un repos prolongé d'environ 2 mois. La courbe de solubilité $s = f(\text{pH})$ est visible



sur la figure ci-dessus. On constate que *s* passe par un minimum précisément aux pH voisins du pH_I isohydrique et du pH_0 de la solution du sel pur : c'est que la dissociation du sel est normalement minimum dans cette région. Dans les conditions habituelles, la formation du précipité a lieu surtout dans la zone $8{,}0 \lesssim \text{pH} \lesssim 10{,}2$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les produits de condensation du benzaldéhyde et de la méthyl-éthylcétone*. Note (*) de M. **Maurice Métayer** et Mlle **Noële Epinay**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons eu l'occasion de préparer deux cétones éthyléniques par condensation du benzaldéhyde et de la méthyléthylcétone.

([5]) Pour plus de détails, *voir* ([4]).

(*) Séance du 22 mars 1948.

On sait, depuis Harries et Müller, qu'en présence d'acide chlorhydrique concentré, comme agent de crotonisation, c'est la cétone ramifiée qui est obtenue (I), tandis qu'avec la soude, au contraire, la condensation s'effectue sur le méthyle et conduit à la cétone linéaire (II) [1] [2].

(I) $C_6H_5.CH = C(CH_3)CO.CH_3$ (II) $C_6H_5.CH = CH - CO - C_2H_5$.

La benzylidène-3 butanone-2 (I) a été préparée par condensation de 280g de benzaldéhyde et de 190g de méthyléthyl-cétone; on ajoute un volume égal d'acide chlorhydrique concentré, et chauffe pendant 4 heures à reflux. Après les traitements d'usage, 2 fractions sont isolées.

(a) $É_{18}$ 143°/180g, (b) $É_{15}$ 224°-226°/75g.

La première constitue la benzylidène-3 butanone-2 attendue. La seconde se présente sous forme d'une huile épaisse, visqueuse, difficile à cristalliser. Après dilution dans l'alcool, elle cristallise à la glacière et après plusieurs purifications, elle se présente sous forme de beaux cristaux blancs fondant à 73°. Nous avons identifié ce corps avec l'α-méthyldibenzylidène acétone : (diphényl-1.5 méthyl-2 one-3 pentadiène-1.4) ($C_{18}H_{16}O$)

C_6H_5—CH [O + H_2] CH—CO—C(CH_3) [H_2 + O] HC—C_6H_5

→ C_6H_5—CH=CH—CO—C(CH_3)=CH—C_6H_5

Analyse : tr. C 87,25 %; H 6,4 %; cal. C 87,1 %; H 6,45 %.

Ce composé a été reproduit par synthèse, en faisant agir à froid la benzylidène-3 butanone-2 et le benzaldéhyde en présence d'acide chlorhydrique; la réaction normalement attendue se produit :

C_6H_5—CH=C(CH_3)—CO.CH [H_2 + O] HC—C_6H_5

→ C_6H_5—CH=C(CH_3)—CO—CH=CH—C_6H_5

Il nous a paru intéressant d'étudier les produits d'hydrogénation de ce composé. La saturation des doubles liaisons et de la fonction carbonyle, qui constituent un système à 3 doubles liaisons conjuguées en résonance avec 2 noyaux benzéniques, nous a semblé à priori particulièrement délicate; l'expérience a confirmé cette façon de voir.

---

(1) *Ber. d. chem. Gesell.*, 35, 1902, p. 970.

(2) MAYER, *Bull. Soc. Chim.*, [3], 33, 1905, p. 161.

C'est ainsi que 100^g de ce composé dissous dans l'alcool sont hydrogénés sous une pression initiale de 60^{kg} avec 20^g de nickel Raney. Une très faible chute de pression est enregistrée jusqu'à 100°; elle devient importante à 120° et à la distillation, le produit isolé est un mélange d'α-méthyl-dibenzylidène acétone n'ayant pas été saturée et de l'acool correspondant, comme le prouvent les constantes et résultats analytiques suivants : $É_{16}$ 220°; n_D^{17} 1,5780; indice d'oxime 758 (33 % de cétone).

L'alcool est isolé à l'état de benzoate, qui se présente sous forme d'une huile visqueuse épaisse et inscristallisable dans l'alcool : $É_{16}$ 265°270°; 10^g du mélange précédent sont réhydrogénés sous une pression de 60^{kg} à 150° avec 2^g de nickel Raney; cette fois la saturation est complète et l'on obtient le diphényl-1.5 méthyl-2 pentanol-3

$$C_6H_5.CH=CH.CO.\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}=CH.C_6H_5+3H_2 \rightarrow C_6H_5.CH_2CH_2CHOH.\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}.C_6H_5$$

C'est une huile visqueuse, se figeant à la glacière sans cristalliser et possédant les constantes suivantes : $É_{26}$ 221-222°; n_D^{17} 1,5455.

Nous avons essayé de faire la phényluréthane, mais celle-ci ne se forme pas; du reste le groupe oxhydrile est très paresseux, comme pour tous les alcools de cette classe.

De nombreux autres essais ont été effectués pour obtenir cet alcool par hydrogénation de l'α-méthyl dibenzylidène acétone au nickel Raney, mais la saturation des doubles liaisons s'est toujours avérée lente, et souvent les corps isolés devaient être remis à réhydrogéner avec du nickel neuf, chaque fois afin d'atteindre la saturation complète de la chaîne.

Du reste cette résistance anormale à l'hydrogénation ne se retrouve pas dans le composé voisin suivant, le diphényl-1.5 méthyl-2 ol-3 pentène-1 obtenu par condensation du chlorure de phényléthylmagnésium et de l'α-méthylcinnamaldéhyde

$$C_6H_5.CH=C(CH_3)CHO+C_6H_5.CH_2CH_2MgCl \rightarrow C_6H_5.CH=\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}-CHOH.CH_2CH_2C_6H_5$$

Constantes de l'alcool : $É_{14}$ 210-211°.

L'hydrogénation s'effectue normalement, elle est complète à 100° sous 60 atmosphères, en une demi-heure, avec le nickel Raney comme catalyseur; l'alcool saturé obtenu après rectification possède les constantes suivantes : $É_{16}$ 204°; n_D^{17} 1,5435.

Ainsi l'hydrogénation au nickel Raney de l'α-méthyldibenzylidène acétone est rendue particulièrement difficile par le système de liaisons conjuguées de la chaîne aliphatique du groupe carbonyle et des noyaux benzéniques. Cette résistance à la saturation est du reste en parfait accord avec les faits déjà signalés par de nombreux auteurs.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation d'aminoalcools à fonction alcool tertiaire.* Note (*) de M. **Pierre Fréon** et Mlle **Suzanne Ser**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans une Note précédente ([1]) nous avons exposé en détail la préparation d'un aminoalcool isomère de l'éphédrine : l'amino-3 phényl-2 butanol-2, à partir de la méthyléthylcétone. Nous avons généralisé cette méthode en l'appliquant à la préparation d'une série de nouveaux aminoalcools.

La première phase des préparations : condensation des isonitrosocétones avec des dérivés organomagnésiens mixtes

$$RCOC(NOH)R' + R''MgX \rightarrow RC(R'')(OH)C(NOH)R'$$

a été effectuée avec des rendements variant de 40 à 60 %. L'hydrogénation de de ces oximinoalcools a ensuite été réalisée sous pression normale d'hydrogène, en présence de nickel de Raney et a donné les aminoalcools avec des rendements de 50 à 75 %.

Ces aminoalcools, de formule générale

$$\begin{array}{ccc} R-C(OH)- & CH & -R' \\ | & | & \\ R'' & NH_2 & \end{array}$$

se présentent souvent sous la forme de liquides très visqueux, probablement en surfusion, mais que nous n'avons pas pu faire cristalliser. Ils donnent cependant avec de très bons rendements les chlorhydrates prévus. Les aminoalcools à poids moléculaires assez élevés sont, au contraire, des solides facilement recristallisables.

Cette méthode permet d'obtenir dans de bonnes conditions les composés de poids moléculaire relativement élevé, surtout lorsque l'un des radicaux R, R' ou R'' au moins est un radical aromatique. Dans le cas de dérivés de la série aliphatique, les résultats sont beaucoup moins bons. L'hydrogénation donne, avec de moins bons rendements, des produits huileux difficiles à séparer des oximinoalcools de départ, et qu'on ne pourrait vraisemblablement obtenir assez purs qu'en partant de grosses quantités de matières premières.

Oximino-3 α-naphtyl-2 butanol-2 : $C_{10}H_7C(CH_3)(OH)C(NOH)(CH_3)$. — Obtenu par nitrosation de la méthyléthylcétone et condensation avec le bromure d'α-naphtylmagnésium (Rdt 40 %), ce composé fond à 124°.

Amino-3 -naphtyl-2 butanol-2 : $C_{10}H_7C(CH_3)(OH)CH(NH_2)CH_3$). — Cet aminoalcool est obtenu par hydrogénation du composé précédent avec

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1336.

un rendement de 74 %. Il fond à 202-203°, et donne un chlorhydrate fondant à 248°.

Oximino-3 *phényl*-2 *octanol*-2 : $C_6H_5C(CH_3)(OH)C(NOH)C_5H_{11}$. — Il est obtenu par condensation de l'isonitrosométhylhexylcétone avec le bromure de phénylmagnésium (Rdt 40 %). C'est un solide fondant à 68°.

Amino-3 *phényl*-2 *octanol*-2 : $C_6H_5C(CH_3)(OH)CH(NH_2)C_5H_{11}$. — L'hydrogénation fournit ce composé sous la forme d'une huile très épaisse avec un rendement de 68 %.

Le chlorhydrate correspondant s'obtient avec un très bon rendement et fond à 225°.

Oximino-1 *phényl*-2 *butanol*-2 : $C_6H_5C(C_2H_5)(OH)CH:NOH$. — On l'obtient par condensation de l'isonitrosoacétophénone et du bromure d'éthylmagnésium, avec un rendement de 60 %. C'est un liquide visqueux bouillant à 140-146° sous 2^{mm}.

Amino-1 *phényl*-2 *butanol*-2 : $C_6H_5C(C_2H_5)(OH)CH_2NH_2$. — Cet aminoalcool, qui est encore un isomère de l'éphédrine, s'obtient par hydrogénation de l'oximinoalcool précédent, avec un rendement de 70 %. Il se présente sous la forme d'une huile extrêmement visqueuse, et donne avec un très bon rendement le chlorhydrate correspondant (point de fusion, 174°).

Oximino-2 *α-naphtyl*-1 *phényl*-1 *éthanol*-1 : $C_{10}H_7C(C_6H_5)(OH)CH:NOH$. — Obtenu par condensation de l'isonitrosoacétophénone et du bromure d'α-naphtylmagnésium avec un rendement de 40 %. C'est un solide fondant à 105°.

Amino-2 *α-naphtyl*-1 *phényl*-1 *éthanol*-1 : $C_{10}H_7C(C_6H_5)(OH)CH_2NH_2$. — On l'obtient, avec un rendement de 55 %, par hydrogénation de l'oximinoalcool précédent. C'est un solide fondant à 150°. Le chlorhydrate s'obtient facilement et fond à 235°.

On voit que cette méthode de synthèse permet d'obtenir divers aminoalcools, qui sont susceptibles de présenter un certain intérêt au point de vue physiologique, comme anesthésiques ou sympathomimétiques.

GÉOLOGIE. — *Sur des dislocations anciennes du massif de l'Argentera-Mercantour.* Note de Mlle **Anne Faure-Muret**, présentée par M. Paul Fallot.

La feuille géologique italienne de Demonte au 1/100000 indique au Sud de Mollières, entre la Punta Barnon et le Testa Marges, une formation appelée *Mollièresite*. Signalée par Franchi ([1]), elle fut minutieusement décrite par Sacco ([2]) (qui lui donna ce nom) et Roccati ([3]). Ces derniers auteurs ont

([1]) *Boll. R. Comitato Geol. d'Italia*, 25, 1894, p. 253.
([2]) *Mem. R. Acc. Sc. Torino*, (2), 61, 1910.
([3]) *Atti R. Acc. Sc. Torino*, 47, 1910-1911, p. 513-524.

admis qu'il s'agissait d'un conglomérat *gneissifié* postérieurement à son dépôt. Ils le rapportèrent avec doute au Permien, puis au Houiller. Pour eux il serait localement le terme de base du synclinal de *Permien métamorphique* qui s'étendrait du col de Fer à la Testa Marges.

J'ai pu montrer ([4]) que ce Permien supposé correspond en réalité à des gneiss écrasés, localement transformés en mylonite et définissant une bande Sud-Est-Nord-Ouest repérée sur 22^{km}, que nous appellerons *zone de Mollières*. La *Mollièresite*, incluse sur 1^{km} dans cette zone, est elle-même écrasée.

Les contacts entre la *Mollièresite* et les gneiss sont laminés, peu nets, et c'est pourquoi on y décrivit des passages insensibles de l'une à l'autre de ces formations. D'autre part, le conglomérat est constitué de galets à éléments cristallins, de toutes tailles, généralement arrondis, dont certains émanent de roches qui étaient déjà écrasées. Le ciment de la *Mollièresite* est arkosique, l'écrasement auquel il fut soumis donne à la pâte un aspect fluidal aux éléments alignés, la séricite, abondante, provenant de la destruction des plagioclases. Aucun autre minéral n'y a pris naissance. Ici aussi, on a confondu l'écrasement avec le métamorphisme.

La nature grossière du ciment et la forme des galets ne témoignent pas d'un long transport.

A l'est de Mollières, la feuille de Demonte indique une nouvelle zone d'écrasement, dite de Fremamorta, affectant le granit de l'Argentera, axée sensiblement Est-Ouest et définissant une surface de contact inclinée au Nord. En Italie elle s'étend d'Est en Ouest, de la vallée de la Valetta à la Testa de Fremamorta, sur la frontière franco-italienne. En France où je l'ai étudiée, elle se poursuit suivant la même direction jusqu'au lac Nègre, puis s'oriente vers le Sud-Ouest, mais disparaît dans la vallée de Mollières sous les éboulis et le glaciaire. Au delà de ce vallon jusqu'à la Punta Barnon où affleure la *Mollièresite*, les pentes, drapées de dépôts récents, ne permettent aucune observation. Il est possible qu'au delà de la Punta Barnon, elle donne lieu au petit col entre les cimes de las Lausas et de Combuglion. L'écrasement de Fremamorta n'affecte pas la *Mollièresite*.

A l'est du lac Négre, entre le Caire Ponciu et la Testa de Fremamorta, cette zone de broyage s'amplifie. Large de 200^{m}, elle montre une série d'écailles, comportant, au Sud, des gneiss, comme le supposait Sacco, au Nord, une formation détritique, non métamorphique, souvent très laminée : arkose grossière admettant même de petits galets peu roulés de granit.

On ne peut encore attribuer un âge ni à ces formations, ni aux dislocations qui les affectent; mais il semble logique d'admettre la chronologie suivante :

1° Dépôt, sur le granit de l'arkose grossière du Caire Ponciu;

([4]) *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 941-942.

2° Phase de plissement, écrasant cette formation et donnant lieu à une série d'écailles allongées Est-Ouest;

3° Érosion et dépôt de la Mollièresite, où sont inclus des galets de roches écrasées provenant sans doute de la zone de Fremamorta;

4° Phase de dislocations donnant lieu à la mylonite de Mollières, orientée Nord 45° Ouest, c'est-à-dire croisant la zone de Fremamorta.

Cette dernière phase de plissement est certainement antérieure au Trias, comme j'ai pu le montrer plus au Nord.

Ainsi apparaissent, dans la tectonique ancienne de l'Argentera-Mercantour, deux directions de dislocations, impliquant deux phases orogéniques nettement séparées.

GÉOLOGIE. — *Les golfes quaternaires de Mazagan* (*Maroc occidental*). Note de M. **Marcel Gigout**, présentée par M. Paul Fallot.

Il est frappant qu'au sud de Mazagan les cordons réguliers de dunes consolidées pliocènes et quaternaires, qui forment le long du littoral atlantique une bande de 20^{km} de largeur, se trouvent interrompus. Dans le détail, l'étude morphologique de cette région, facilitée depuis peu par des cartes topographiques à grande échelle (1/50000 régulier de l'Institut géographique national), révèle 5 plates-formes, alignées Nord-Sud, à des altitudes croissantes de Mazagan vers le Sud. Ce sont des surfaces remarquablement planes, encastrées dans les dunes consolidées et leur substratum (qui comprend du Pliocène), avec à l'Ouest une belle côte, qui a tous les caractères morphologiques et structuraux d'une falaise morte, tandis que leur limite Est est moins nette. Ces plaines étagées sont séparées par des côtes, sensibles par exemple sur la route Mazagan-Marrakech, et par des zones de collines basses, dont la constitution est celle de petites dunes fossiles ou de bancs d'huîtres, selon les cas. Les puits creusés dans ces plates-formes montrent tous, de haut en bas : *a*. des dépôts continentaux, notamment des limons anciens; *b*. une lumachelle marine; *c*, le substratum, Miocène au Nord, Crétacé au Sud.

Je donne ci-dessous les points moyens de ces plaines (en coordonnées Lambert N. Maroc), et leurs altitudes (prises sur le 1/50000); du Sud au Nord :

1° 210 × 267 et 212 × 270; entre 95^{m} au Sud et 70^{m} au Nord;

2° 210 × 278 et 215 × 278; entre 55 et 65^{m};

3° 210 × 288; du Nord au Sud : 25 à 35^{m};

4° 213 × 296; 15 à 20^{m};

5° 213 × 298; moins de 10^{m} (de 2 à 8^{m}).

On voit que ces valeurs, dénuées de toute interprétation, entrent de façon frappante dans le cadre du Quaternaire *marin* de Ch. Depéret, et confirment ce que l'étude du littoral océanique entre Casablanca et Safi m'a permis

d'affirmer dans une série de Notes précédentes [1]. Si des points de détail restent à résoudre, il est manifeste que les 5 golfes de Mazagan sont les traces de 5 transgressions marines quaternaires d'altitudes décroissantes [2], conservées sur une portion stable de la Meseta marocaine. Leur alignement et leur pénétration dans le Continent font penser à des rias.

TECTONIQUE. — *Les accidents tectoniques de la bordure sud-ouest du dôme de Barrôt.* Note (*) de MM. **Pierre Bordet** et **Marcel Lemoine**, présentée par M. Paul Fallot.

L'étude géologique détaillée de la bordure sud-ouest du dôme permien de Barrôt nous a permis de mettre en évidence des faits qui semblent n'avoir pas été remarqués jusqu'ici.

1° La retombée ouest du dôme de Barrôt est marquée par une série d'accidents, failles, flexures ou plis, orientés N-E-S-O, donc sensiblement parallèles au cours du Var dans ce secteur. On peut reconnaître successivement les points suivants :

Dans le Permien existent deux failles, l'une allant du vallon des Roberts au Biegeon [1], l'autre de la ferme de Tirebœuf au pont de Bertheou.

Les calcaires triasiques forment une série de 5 ou 6 plis pincés et déversés vers le Sud-Est; le plus extérieur est visible au Sud de Sauze et est orienté E-N-E-O-S-O; les autres sont franchement N-E-S-O; quatre d'entre eux s'ennoient assez brusquement sous l'importante accumulation de gypse sur laquelle est situé Daluis.

Le Lias inférieur de la couverture secondaire, tabulaire dans l'ensemble, présente une flexure brutale N-E-S-O au fond du ravin de Cante.

Enfin une importante faille N-E-S-E, injectée de gypse, met en contact, à l'ouest de Daluis, la formation tertiaire des Barres de Martignac (série monoclinale de calcaire nummulitique surmontée de schistes satinés bleus, constituant l'extrémité nord-est du synclinal tertiaire du Castellet-les-Sausses, partie est de la cuvette d'Annot) avec la formation secondaire des cimes de Martignac et de Content, qui sera décrite ci-après. Cet accident se poursuit vers le Sud-Ouest, et la bordure sud-est du synclinal tertiaire est fortement écrasée au moins jusqu'au Castellet-les-Sausses. A cette faille ou à une faille parallèle sont dus, sans doute, les deux massifs diapirs de gypse qui apparaissent isolés au milieu des marnes noires du Crétacé moyen. Le fait de n'avoir pas reconnu cet accident a conduit certains auteurs à admettre une transgression du Tertiaire sur différents termes du Crétacé et du Jurassique [2]. En fait, le Tertiaire repose ici sur le Crétacé supérieur à Rosalines, qui présente une épaisseur réduite et un faciès conglomératique [3].

---

(1) *C. R. S. G. F.*, 12 déc. 1946, p. 328; *ibid.*, 3 févr. 1947, p. 53; *ibid.*, 17 févr. 1947, p. 71.

(2) Ch. Depérèt avait retenu 4 transgressions quaternaires, mais noté la 5e : *C. R. S. G. F.*, 2 mai 1921, p. 125.

(*) Séance du 22 mars 1948.

(1) Carte régulière au 1/20000e (Puget-Théniers, 1 et 5; Entrevaux, 4 et 8).

(2) J. Boussac, *Mém. C. géol. Fr.*, 1912, p. 119; J. Goguel, *Mém. C. géol. Fr.*, 1936, p. 241; Carte géologique au 1/80000e, feuille Saint-Martin-Vésubie.

(3) L. Bertrand, *Bull. C. géol. Fr.*, 1897, p. 109; M. Mainguy, *B. S. G. F.*, 1937, p. 401.

2° A l'est de ce dernier accident, la série secondaire présente une disposition très différente. Au-dessus du gypse de Daluis, le Malm de la cime de Martignac forme un anticlinal à cœur d'Oxfordien poussé vers le Sud-Ouest et couché sur le Crétacé inférieur. Il semble fort peu probable que cet accident se poursuive en profondeur sous le Nummulitique des barres de Martignac, car un autre anticlinal de Malm, orienté quant à lui N-E-S-O, est visible 1^{km} au Nord-Ouest.

A l'est du Var, on retrouve dans la tête de Pibossan le même pli couché affectant toute la série jurassique, depuis les cargneules supérieures du Trias dans lesquelles s'est produit le décollement, jusqu'au Malm. Au front de cet accident, le Crétacé inférieur de Saint-Léger, et même le Crétacé supérieur de La Latte, sont également renversés ; en arrière, par contre, la série des calcaires triasiques de Liouc est restée parfaitement tranquille. Sur la crête de Lalarre, au revers nord de la tête de Pibossan, on voit apparaître un et peut-être deux autres anticlinaux écrasés à cœur de Trias. Le front anticlinal de Malm du pli de Pibossan, visible dans la crête du Graou, s'ennoie ensuite vers le Sud-Ouest et se déverse de plus en plus. En arrière de celui-ci, dans le ravin de la Roudoule, à 1^{km} au nord de La Croix, on voit apparaît en fenêtre et formant un faux anticlinal pincé, une série renversée comprenant Trias, Lias et Dogger, nous l'attribuons à la charnière synclinale plongeante du pli Pibossan. A l'est de La Croix, cet ensemble disparaît définitivement en profondeur sous la série crétaçée relativement tranquille de Puget-Rostang.

De ces faits on peut retenir ceci :

1° L'accident tectonique anté-nummulitique de Daluis est net, mais de faible importance.

2° On constate dans cette région l'existence de deux directions d'accidents tectoniques, en gros perpendiculaires, les uns Nord-Est-Sud-Ouest, les autres Nord-Ouest-Sud-Est. Il n'est pas possible, dans l'état actuel de nos connaissances, de préciser s'il s'agit là des effets de deux poussées différentes, et espacées dans le temps, ou du résultat complexe d'une poussée unique dans des conditions locales particulières. Quoi qu'il en soit, les plis axés Nord-Est-Sud-Ouest dominent à l'Ouest du Var, les autres à l'Est, mais leurs domaines ne sont pas exclusifs. Bien au contraire, leur interférence aboutit dans la région de Daluis à la superposition d'un anticlinal de Malm déversé au Sud-Ouest à des anticlinaux de calcaire triasique poussés au Sud-Est.

3° Il n'est pas impossible que le pli couché de Pibossan se soit mis en place à la suite d'un glissement longitudinal de la série sud-orientale par rapport à la série nord-occidentale, le long de la faille de Martignac et des accidents qui la prolongent vers le Nord-Est.

CRYPTOGAMIE. — *Sur les caractères et la position systématique du genre* Phyllosiphon. Note de M. **Georges Mangenot**, présentée par M. Roger Heim.

La découverte récente [1] d'un *Phyllosiphon* cécidogène nous a conduit à préciser les caractères de ces Algues parasites ; nous avons étudié non seulement

[1] *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 1034.

Phyllosiphon deformans, mais encore *Phyllosiphon Arisari*, espèce commune en certains points de la côte d'Azur.

Chez les deux espèces, les siphons végétatifs, de teinte jaune, limités par une paroi celluloso-pectique, contiennent un cytoplasme très dense, agité de courants, tenant en suspension un chondriome apparemment homogène, de très nombreux noyaux, des gouttes d'huile colorées en jaune et des sphérules colorables en acajou par les réactifs iodés, sphérules considérées par les précédents observateurs, soit comme un *amyloïde* (*P. Arisari* : Buscalioni, 1898), soit comme de l'amidon (*P. asteriforme* : Tobler, 1919).

Dans ces siphons se forment ensuite des spores en même temps qu'un verdissement de plus en plus intense se manifeste; les spores mûres sans flagelles (aplanospores) sont toujours très vertes, mais le verdissement n'est pas constamment lié au début de la sporulation car, chez *P. Arisari* au moins, on observe parfois des filaments sporulés mais non déhiscents, encore jaunes.

Ces constatations posent trois problèmes : les siphons végétatifs sont-ils dépourvus de ce pigment, comme ceux d'un champignon, ou en contiennent-ils des traces, comme une Cuscute? Les sphérules colorables par l'iode sont-elles de l'amidon formé dans des plastes? Quels sont enfin les caractères des chloroplastes visibles dans des spores mûres?

La mise en évidence, dans les siphons végétatifs, d'un chondriome apparemment homogène, de type fongique, ne suffit pas à affirmer l'absence de chlorophylle, à l'état de traces, dans de petits plastes morphologiquement indifférenciés. Nous avons donc soumis les siphons des deux *Phyllosiphon* à un examen au microscope à fluorescence ([2]) : les siphons végétatifs jaunes apparaissent alors opalescents, sans la moindre fluorescence rouge; l'absence de chlorophylle est ainsi prouvée; leur teinte jaune est exclusivement due à un caroténoïde dissous dans les gouttes d'huile : à l'état végétatif, les *Phyllosiphon* se comportent donc comme des champignons. Le caractère algal du parasite n'apparaît qu'au moment de la sporulation; les siphons en voie de sporulation présentent une fluorescence rouge d'autant plus intense qu'ils sont plus près de leur maturité.

Les globules colorables par l'iode, à structure nettement radiée et, cependant, sans biréfringence en lumière polarisée, naissent indépendamment des plastes : les *Phyllosiphon* ne sont pas hétéroplastidiés. Les caractères de ces corpuscules sont cependant très différents de ceux de l'*amidon* des Rhodophycées : ce ne sont certainement ni des lipides, ni des protides (réactions de ces corps négatives); sans doute s'agit-il d'un polyoside original, comme la leucosine des Chlorophycées, ou le paramylon des Euglènes.

Les chloroplastes relativement petits, disciformes, sont dépourvus de pyrénoïdes.

([2]) M. G. Busnel et Mlle A. Raffy nous ont guidé dans l'emploi de ce microscope.

Les spores, qui seront éliminées, naissent, chez *P. deformans*, dans des sporanges internes (kystes) isolés à l'intérieur de siphons, au milieu d'abondants résidus protoplasmiques. Deux délimitations successives interviennent : la première a pour conséquence la formation des kystes à l'intérieur des siphons, au sein du protoplasme, la seconde la formation des spores par fragmentation, sans résidu, du contenu des kystes. Chez *P. Arisari*, nous n'avons jamais observé de tels kystes : les spores naissent immédiatement au sein des siphons. Cependant, il n'y a pas là, semble-t-il, de différence fondamentale, car Franke (1882), puis, surtout, Buscalioni (1898) ont signalé l'existence accidentelle, dans les siphons de *P. Arisari*, de *macrospores* donnant ensuite naissance aux *microspores* définitives.

Ces observations conduisent à séparer le genre *Phyllosiphon* de l'ordre hétérogène des Siphonales et, comme l'a fait Chadefaud pour le genre *Vaucheria* ([3]), à le rattacher aux Xanthophycées. Parmi les Xanthophycées, les *Botrydium* paraissent voisins des *Phyllosiphon* : la morphologie de leurs siphons, leur mode de multiplication, par fragmentation du protoplasme, soit en zoospores, soit en aplanospores, soit en kystes pouvant ensuite produire des zoospores, le mécanisme de la déhiscence, enfin, rappellent beaucoup en effet les dispositifs décrits dans cette Note.

ZOOLOGIE. — *Observations sur la métamorphose d'*Ocyropsis, *Cténophore archilobé de la faune indochinoise.* Note (*) de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Au cours de mon séjour de cinq ans à l'Institut Océanographique de Nhatrang (Sud-Annam, Indochine), j'ai eu maintes fois l'occasion d'observer les larves d'un Cténophore archilobé que je rattache au genre *Ocyropsis*. En suivant leur métamorphose, j'ai pu constater que l'organisation de ces larves et quelques traits de leur transformation en l'animal achevé présentent certaines particularités non négligeables et qui méritent d'être signalées, malgré que mes observations aient un caractère assez fragmentaire.

1° La larve est de type cydippoïde, mais totalement dépourvue de l'appareil tentaculaire, en ce sens qu'elle n'a, ni tentacules, ni ébauches de gaines destinées à les protéger. L'appareil locomoteur ne comporte que huit palettes natatoires (à cils extrêmement longs), chaque côte méridienne étant réduite à une seule palette.

2° Malgré l'absence de tentacules et de leurs gaines, on constate, dans le système gastrovasculaire périphérique de la larve, deux vaisseaux tentaculaires, minces, mais très longs et orientés verticalement, dans le sens descendant.

([3]) *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 11e série, 2, 1941, p. 25.

(*) Séance du 22 mars 1948.

3° La larve, initialement plus ou moins ovoïde, mais comprimée suivant son axe transversal, ne tarde pas à changer radicalement d'aspect extérieur; sa partie supérieure se renfle de façon très prononcée. Ce renflement est déterminé par une excroissance circulaire massive de la partie moyenne du corps larvaire. Notons tout de suite que le repli en question ne représente autre chose que l'ébauche commune et très précoce des deux lobes spatuliformes normaux de l'animal adulte. Le fait d'importance capitale qui résulte de ce mode de formation des lobes en question est que ces derniers, en ce qui concerne leur origine chez *Ocyropsis*, ne se trouvent en aucune relation avec le péristome.

4° Comme suite de l'accentuation du repli annulaire qui apparaît autour de la partie orale du corps de la larve, cette dernière affecte une allure médusoïde. Sa face orale, délimitée par le repli en question, devient légèrement (mais nettement) concave, rappelant la cavité sous-ombrellaire des Scyphoméduses, tandis que l'extrémité buccale tronco-conique, placée maintenant au fond de cette sous-ombrelle, prend automatiquement l'aspect d'un court manubrium.

5° Ce stade ne dure que très peu de temps; le repli circulaire que nous venons de décrire se subdivise en deux moitiés, constituant les deux lobes. Ce changement n'empêche pas la larve de conserver encore pendant quelque temps l'aspect simili-médusoïde, les lobes, même individualisés l'un par rapport à l'autre, continuant de limiter par leurs faces internes (qui restent franchement concaves) un espace péristomien rappelant toujours la cavité sous-ombrellaire.

6° La larve présente très tôt les deux paires de courtes auricules ciliées réglementaires, bordées par les vaisseaux méridiens paratransversaux. Notons que la ciliation de ces auricules ne se trouve en aucune relation avec les côtes méridiennes, qui, au stade qui nous occupe, conservent leur état primitif et n'offrent toujours qu'une seule palette chacune. C'est seulement chez la larve plus âgée et franchement bilobée que le nombre des palettes double. Elles restent en cet état même quand est acquise la forme définitive de l'organisme, où les lobes ont pris une extension considérable.

7° Par la suite, la larve acquiert des gaines tentaculaires et des tentacules (fort courts, d'ailleurs), desservis par les vaisseaux correspondants, qui, avant même l'apparition de l'appareil tentaculaire, montrent, à leurs extrémités, des dilatations assez prononcées.

Ces conditions primitives se modifient en ce sens que les extrémités inférieures orales des vaisseaux tentaculaires se résorbent et l'appareil tentaculaire commence à se dégrader et disparaître complètement (seules les parties supérieures des vaisseaux correspondants conservent leur intégrité). Les auricules deviennent longues et rubanées. Les lobes s'agrandissent et prennent une allure spatuliforme et acquièrent, sur leurs faces internes, une puissante musculature, d'abord radiaire puis circulaire.

HISTOCHIMIE. — *Contribution à l'étude histochimique du chondriome des cellules animales*. Note (*) de Mlle **Colette Randavel**, transmise par M. Robert Courrier.

On connaît maintenant le rôle important de l'acide ribonucléique dans l'activité métabolique de la cellule. Il est donc intéressant de rechercher sa présence au niveau du chondriome.

Du point de vue cytologique, Brachet ([1]), par la coloration de Unna, et l'emploi de la ribonucléase a montré la présence d'acide ribonucléique dans l'ergastoplasme, mais il n'apporte aucune certitude en ce qui concerne le chondriome.

Du point de vue chimique, Claude ([2]), par centrifugation différentielle, a séparé des microsomes de *larges granules* contenant de l'acide ribonucléique et qu'il pense être constitués par des mitochondries et des grains de sécrétion.

Nous avons entrepris l'étude cytologique de cette question.

Techniques. — Utilisant la méthode mise en honneur par Brachet : coloration au vert de méthyle-pyronine ou au bleu de toluidine directement ou après action de la ribonucléase, nous avons étudié différents organes de la Souris blanche, fixés au Helly : intestin grêle, foie, pancréas, glande salivaire, rein, testicule, épididyme, vésicules séminales. Nous avons mis en évidence dans différentes cellules de ces organes des filaments, grains et bâtonnets de la forme et des dimensions des éléments du chondriome. Ces formations, colorables par la pyronine ou le bleu de toluidine ne l'étaient plus après action de la ribonucléase. Ils contiennent donc de l'acide ribonucléique.

S'agissait-il d'éléments mitochondriaux ? Pour répondre à cette question avec précision, il fallait comparer ces formations avec du chondriome authentique. La technique suivante nous a permis d'effectuer cette comparaison dans de bonnes conditions.

Nous fixons les organes au Helly qui conserve bien le chondriome et qui n'entrave pas l'action de la ribonucléase ni la coloration par la pyronine.

Des coupes de 2μ sont colorées par le vert de méthyle pyronine ou le bleu de toluidine. Quelques cellules particulièrement favorables sont photographiées. On décolore ensuite la préparation, on fait agir la ribonucléase puis on recolore à l'hématoxyline ferrique, on rephotographie alors le même endroit et l'on compare les deux clichés. La comparaison a été effectuée par plusieurs méthodes : examen au stéréoscope, superposition de positifs sur verre, comparaison point par point grâce à un quadrillage recouvrant les clichés. La meilleure méthode est celle qui consiste à examiner au microscope la préparation à l'hématoxyline

(*) Séance du 15 mars 1948.

([1]) *Arch. Biol.*, 53, 1941, p. 240-241.

([2]) *Journ. Exp. Méd.*, n° 1, 1946, p. 51-89.

ferrique, le microscope étant muni d'une chambre claire sous laquelle on place l'épreuve sur papier du premier cliché. On peut faire coïncider les deux images et, en faisant varier la mise au point du microscope, on peut retrouver exactement le plan optique qui a été photographié. On compare alors, point par point, les deux images superposées.

Dans la première image, la pyronine colore également l'ergastoplasme et les éléments présumés de nature mitochondriale.

Dans la deuxième image, la colorabilité de l'ergastoplasme a complètement disparu. Seul, le chondriome est coloré et se détache avec une netteté remarquable sur le cytoplasme fondamental devenu clair.

Cette action différentielle de la ribonucléase sur la colorabilité de l'ergastoplasme et du chondriome n'a pas encore été signalée à notre connaissance. Elle peut s'expliquer de la façon suivante : l'hématoxyline ferrique colore l'acide ribonucléique, mais aussi le complexe lipoprotidique du chondiome qui subsiste après action de la ribonucléase, mais qui n'est plus alors colorable par le bleu de toluidine ou la pyronine qui colorent spécifiquement les acides nucléiques.

Résultats : Cette étude a été effectuée dans les cellules de différents organes et en particulier sur la cellule hépatique. Nons avons fait les constatations suivantes.

1° De nombreuses correspondances ont été notées entre les deux images.

2° Cependant, tous les éléments mitochondriaux colorés à l'hématoxyline n'ont pas leurs correspondants colorés à la pyronine. Certains chondriosomes en particulier, ne prennent pas la pyronine, ce sont les bâtonnets de Heidenhain du 2e tube contourné du rein et le chondriome palissadique des canaux excréto-sécréteurs de la glande salivaire.

3° Inversement, certains éléments bien colorés à la pyronine ne sont plus visibles à l'hématoxyline ferrique (après ribonucléase). Dans ce cas, il s'agit d'ergastoplasme.

Conclusion : La mise en évidence du chrondriome par l'hématoxyline ferrique après action de la ribonucléase, et la comparaison précise des images obtenues avec les images données par la coloration de Unna, nous ont permis de montrer qu'une certaine partie du chondriome des cellules de différents organes de la Souris blanche contient de l'acide ribonucléique.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Étude de la descendance de* Bacillus rossii *F. issus de croisements entre les lignées bisexuée nord-africaine et parthénogénétique française.* Note (*) de MM. **Maurice Favrelle** et **Georges de Vichet**, présentée par M. Maurice Caullery.

Une Note précédente a donné les premiers résultats de la fécondation par un

(*) Séance du 22 mars 1948.

mâle d'Algérie de femelles parthénogénétiques françaises de *Bacillus rossii* F.[1]. En même temps que leur descendance était suivie, l'expérience a été recommencée depuis lors à plusieurs reprises avec des mâles de provenance algérienne ou tunisienne. Des croisements ont été effectués entre les diverses lignées ainsi obtenues. Parallèlement, les possibilités de reproduction parthénogénétique étaient étudiées au cours des générations successives.

Après plus de dix ans, la descendance provenant de ces croisements n'a pas cessé d'être bisexuée. Si l'on prend soin d'enlever les œufs qui auraient pu être pondus avant l'apparition des premiers adultes mâles, la *sex-ratio* se maintient voisine de l'unité. Les variations morphologiques observées dans cette descendance sont individuelles et de même ordre que celles que fournissent les élevages de la plupart des Phasmes bisexués. En dehors des divers types habituels qu'offrent la coloration des femelles et les détails de conformation de leurs pièces génitales, elles portent principalement sur la taille qui oscille entre 53 et 79^{mm} chez les mâles, entre 68,5 et 102^{mm} chez les femelles. Ces différences dépendent surtout de la durée des intermues, elle-même fonction de la température et de l'alimentation.

Toutes les femelles isolées, soit dans la descendance de ces croisements, soit dans les lignées nord-africaines pures, pondent des œufs susceptibles de développement parthénogénétique. Dans les mêmes conditions d'élevage, ces pontes sont, en moyenne, moins abondantes que celles des femelles fécondées. Elles donnent une proportion d'éclosions très variable, mais atteignant souvent celle des œufs de lignée parthénogénétique française. Dans la descendance des femelles ainsi obtenues ne se manifeste aucun accroissement régulier de puissance parthénogénétique d'une génération à la suivante. La diploïdie ($2n = 36$) s'y est maintenue constante. Aucun intersexué n'a été observé. Malgré l'isolement récent de ces lignées parthénogénétiques, aucune forme héréditaire nouvelle n'a été obtenue, ce qui confirme les idées précédemment émises sur la stabilité générale des Phasmes à parthénogénèse diploïde facultative [2].

Non seulement il n'y a donc pas amixie entre les *Bacillus rossii* bisexués d'Afrique et les femelles parthénogénétiques françaises; mais les lignées issues de leur croisement se comportent comme celles d'espèces bisexuées normales.

---

(1) M. Favrelle et G. de Vichet, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1899.

(2) P. Cappe de Baillon, M. Favrelle et G. de Vichet, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1070.

MICROBIOLOGIE. — *Le rôle des troubles vaso-moteurs dans la génèse des lésions allergiques.* Note (*) de M. **Albert Delaunay**, Mme **Jacqueline Lebrun** et Mme **Marcelle Delaunay**, présentée par M. Gaston Ramon.

Dans de précédentes Communications nous avons montré l'importance des lésions du tissu lymphoïde chez les animaux soumis à l'action prolongée d'une endotoxine bactérienne ([1]) ou violemment immunisés par du sérum de cheval ([2]). Le mécanisme de ces lésions nous a paru intéressant à déterminer. Dans les deux cas, il est possible de mettre en cause un processus allergique ([3]), mais une explication de cet ordre ne résout pas le problème; elle ne fait que le placer sur un autre plan.

A priori, pour rendre compte du déclenchement d'une inflammation allergique, on peut avancer trois hypothèses : 1° l'antigène circulant dans le sang, en venant se fixer sur les cellules renfermant l'anticorps correspondant, provoquerait directement leur mort. Mais cette hypothèse n'est plus soutenable aujourd'hui, la méthode des cultures de tissus ayant montré qu'on peut impunément ajouter une forte quantité d'antigène à des tissus immunisés qui se développent *in vitro*; 2° la combinaison antigène-anticorps, *in vivo*, entraînerait la libération dans l'organisme d'une substance cytotoxique, mais d'après les renseignements déjà acquis, cette seconde hypothèse ne parait pas être plus exacte; 3° reste une dernière explication : les lésions allergiques résulteraient de modifications de l'hydraulique circulatoire, elles-mêmes sous la dépendance de l'état allergique. On sait en effet qu'un tel état s'accompagne régulièrement de perturbations vasculaires qui se manifestent, en particulier au cours des chocs, par des troubles vaso-moteurs marqués ([4]). Ces troubles vaso-moteurs (constrictions spasmodiques des artérioles) gênent certainement l'apport du sang nourricier aux tissus. Mais suffisent-ils pour entraîner la mort de ces derniers? Autrement dit, un débit sanguin insuffisant dans un tissu, pendant un temps plus ou moins prolongé, est-il capable de produire des lésions comparables à celles qui apparaissent spontanément sur les terrains allergiques? Pour le savoir, nous avons fait les expériences suivantes.

Chez des cobayes en bon état, nous avons recherché sous anesthésie (éther) les ganglions du cou (on trouve ceux-ci assez facilement le long des deux gouttières carotidiennes), puis nous avons appliqué, sur le pédicule vasculaire se rendant à l'un d'eux, une ligature plus ou moins serrée. Nous déterminions ainsi, dans le ganglion correspondant, un état d'ischémie, mais une ischémie partielle seulement, compte tenu du caractère habituel-

---

(*) Séance du 22 mars 1948.

([1]) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 154.

([2]) *Comptes rendus*, **226**, 1948, p. 133.

([3]) *Revue scientifique*, **89**, 1947, p. 532.

([4]) *J. of Immunol.*, **34**, 1938, p. 195.

lement assez lâche de notre ligature et d'une circulation collatérale souvent présente. L'opération une fois faite, aseptiquement cela va sans dire, le ganglion était remis en place, la peau sous-jacente recousue, et les cobayes placés en observation.

Au bout de laps de temps variables (3, 6, 9, 13, 17, 20 et 31 jours), nous avons sacrifié les animaux et prélevé les ganglions opérés. Les ganglions examinés de façon précoce étaient en général hypertrophiés. Lors des prélèvements tardifs, ils étaient normaux ou diminués de volume. Sur coupes, nous avons constamment trouvé des lésions : œdème et hémorragies en premier lieu, puis infiltration leucocytaire, réactions réticulées, prolifération des fibroblastes avec sclérose intercellulaire. Ces lésions, dans leur ensemble, ressemblaient très étroitement à celles que nous avons décrites précédemment (1) et (2) chez les animaux allergiques. Néanmoins, elles étaient presque toujours beaucoup plus marquées.

En ce qui concerne la genèse des lésions et des réactions inflammatoires que nous avons observées chez les animaux opérés, nous proposons l'explication suivante :

a. Un apport de sang insuffisant priverait le tissu intéressé des matières nutritives et de l'oxygène qui lui sont indispensables pour sa survie, d'où l'apparition des lésions cellulaires.

b. Les cellules, détruites par l'état d'anoxie, donneraient naissance à différentes substances qui entraîneraient, à coté de la vasodilatation locale qui est la règle dans ce cas, une augmentation de la perméabilité capillaire, avec œdème, et une migration intratissulaire des globules du sang. Au nombre de ces substances, on pourrait ranger soit l'histamine (5), soit la leukotaxine de Menkin.

c. Ainsi seraient finalement déclenchées, dans l'organe altéré, les fortes réactions inflammatoires que nous avons constamment rencontrées.

Peut-on mettre en cause un mécanisme analogue pour expliquer l'apparition spontanée de lésions allergiques ? Personnellement nous le pensons, compte tenu de l'existence, chez les sujets hypersensibilisés, de troubles vaso-moteurs importants; la vaso-constriction artériolaire conduirait à une stagnation du sang dans les capillaires, qui serait elle-même génératrice du développement local d'un état d'anoxie avec toutes ses conséquences.

La séance est levée à 15h30m.

L. B.

---

(5) F. T. Billings et B. C. Maegraith, *Quat. J. exp. phys.*, **27**, 1938, p. 249.

ERRATA.

—

(Séance du 22 décembre 1947.)

Note de M. *Benjamin de Jekhowsky*, Réduction à sa plus simple expression du système principal d'équations des méthodes d'Olbers et de Gauss pour la détermination des orbites paraboliques :

Page 162, formule (12), *au lieu de*

$$P_1\rho_1^2 + P_2\rho_1 + P_3 = 2r^2(r_1r_2)^{-\frac{1}{2}},$$

lire

$$P_1\rho_1^2 + P_2\rho_1 + P_3 = 2\tau^2(r_1r_2)^{-\frac{1}{2}}.$$

(Séance du 16 février 1948.)

Note de M. *Claude-Henri Paillard*, Malformations congénitales du rachis lombaire coïncidant avec des néphropathies ou du rhumatisme chronique :

Page 603, ligne 2, *lire* radiographiés pour affection rhénale ou rhumatismale.

(Séance du 8 mars 1948.)

Note de M. *Noubar Arpiarian*, Sur les suites de fonctions orthogonales par rapport à un ensemble de courbes et de domaines différents :

Page 771, 29e ligne, *au lieu de* $f_n(z) = [\varphi(z)]^2$, *lire* $f_n(z) = [\varphi(z)]^n$.